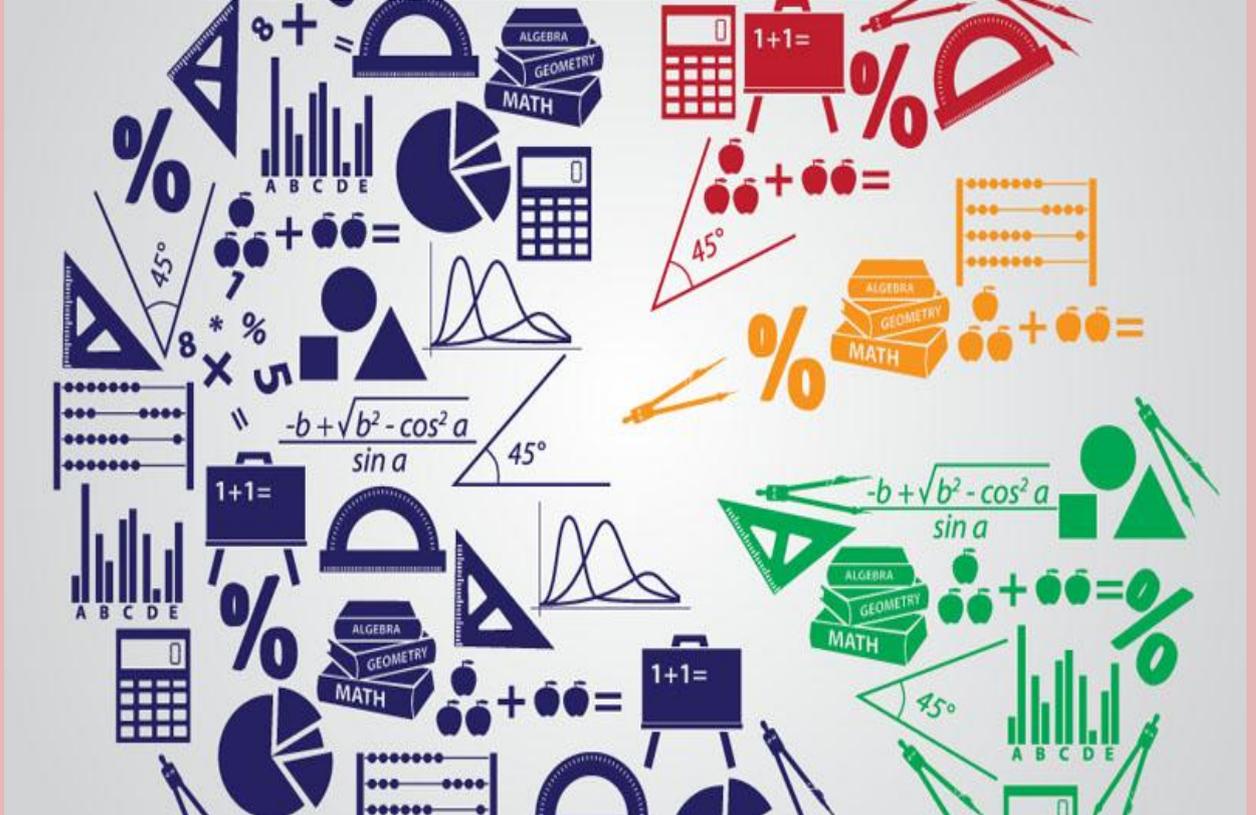




BED III- CPS 17

## गणित का शिक्षणशास्त्र (भाग II)

## Pedagogy of Mathematics (Part II)



शिक्षक शिक्षा विभाग, शिक्षाशास्त्र विद्याशाखा  
उत्तराखण्ड मुक्त विश्वविद्यालय, हल्द्वानी



**ISBN: 13-978-93-85740-85-5**  
**BED III- CPS 17 (BAR CODE)**



BED III- CPS 17

गणित का शिक्षणशास्त्र (भाग II)

**Pedagogy of Mathematics (Part II)**



शिक्षक शिक्षा विभाग, शिक्षाशास्त्र विद्याशाखा  
उत्तराखण्ड मुक्त विश्वविद्यालय, हल्द्वानी

अध्ययन बोर्ड		विशेषज्ञ समिति	
<p><input type="checkbox"/> प्रोफेसर एच० पी० शुक्ल (अध्यक्ष- पदेन), निदेशक, शिक्षाशास्त्र विद्याशाखा, उत्तराखण्ड मुक्त विश्वविद्यालय</p> <p><input type="checkbox"/> प्रोफेसर मुहम्मद मियाँ (बाह्य विशेषज्ञ- सदस्य), पूर्व अधिष्ठाता, शिक्षा संकाय, जामिया मिल्लिया इस्लामिया व पूर्व कुलपति, मौलाना आजाद राष्ट्रीय उर्दू विश्वविद्यालय, हैदराबाद</p> <p><input type="checkbox"/> प्रोफेसर एन० एन० पाण्डेय (बाह्य विशेषज्ञ- सदस्य), विभागाध्यक्ष, शिक्षा विभाग, एम० जे० पी० रुहेलखण्ड विश्वविद्यालय, बरेली</p> <p><input type="checkbox"/> प्रोफेसर के० बी० बुधोरी (बाह्य विशेषज्ञ- सदस्य), पूर्व अधिष्ठाता, शिक्षा संकाय, एच० एन० बी० गढ़वाल विश्वविद्यालय, श्रीनगर, उत्तराखण्ड</p> <p><input type="checkbox"/> प्रोफेसर जे० के० जोशी (विशेष आमंत्रित- सदस्य), शिक्षाशास्त्र विद्याशाखा, उत्तराखण्ड मुक्त विश्वविद्यालय</p> <p><input type="checkbox"/> प्रोफेसर रम्भा जोशी (विशेष आमंत्रित- सदस्य), शिक्षाशास्त्र विद्याशाखा, उत्तराखण्ड मुक्त विश्वविद्यालय</p> <p><input type="checkbox"/> डॉ० दिनेश कुमार (सदस्य), सहायक प्रोफेसर, शिक्षाशास्त्र विद्याशाखा, उत्तराखण्ड मुक्त विश्वविद्यालय</p> <p><input type="checkbox"/> डॉ० भावना पलडिया (सदस्य), सहायक प्रोफेसर, शिक्षाशास्त्र विद्याशाखा, उत्तराखण्ड मुक्त विश्वविद्यालय</p> <p><input type="checkbox"/> सुश्री ममता कुमारी (सदस्य), सहायक प्रोफेसर, शिक्षाशास्त्र विद्याशाखा एवं सह-समन्वयक बी० एड० कार्यक्रम, उत्तराखण्ड मुक्त विश्वविद्यालय</p> <p><input type="checkbox"/> डॉ० प्रवीण कुमार तिवारी (सदस्य एवं संयोजक), सहायक प्रोफेसर, शिक्षाशास्त्र विद्याशाखा एवं समन्वयक बी० एड० कार्यक्रम, उत्तराखण्ड मुक्त विश्वविद्यालय</p>		<p><input type="checkbox"/> प्रोफेसर एच० पी० शुक्ल (अध्यक्ष- पदेन), निदेशक, शिक्षाशास्त्र विद्याशाखा, उत्तराखण्ड मुक्त विश्वविद्यालय</p> <p><input type="checkbox"/> प्रोफेसर सी० बी० शर्मा (बाह्य विशेषज्ञ- सदस्य), अध्यक्ष, राष्ट्रीय मुक्त विद्यालयी शिक्षा संस्थान, नोएडा</p> <p><input type="checkbox"/> प्रोफेसर पवन कुमार शर्मा (बाह्य विशेषज्ञ- सदस्य), अधिष्ठाता, शिक्षा संकाय व सामाजिक विज्ञान संकाय, अटल बिहारी बाजपेयी हिन्दी विश्वविद्यालय, भोपाल</p> <p><input type="checkbox"/> प्रोफेसर जे० के० जोशी (विशेष आमंत्रित- सदस्य), शिक्षाशास्त्र विद्याशाखा, उत्तराखण्ड मुक्त विश्वविद्यालय</p> <p><input type="checkbox"/> प्रोफेसर रम्भा जोशी (विशेष आमंत्रित- सदस्य), शिक्षाशास्त्र विद्याशाखा, उत्तराखण्ड मुक्त विश्वविद्यालय</p> <p><input type="checkbox"/> डॉ० दिनेश कुमार (सदस्य), सहायक प्रोफेसर, शिक्षाशास्त्र विद्याशाखा, उत्तराखण्ड मुक्त विश्वविद्यालय</p> <p><input type="checkbox"/> डॉ० भावना पलडिया (सदस्य), सहायक प्रोफेसर, शिक्षाशास्त्र विद्याशाखा, उत्तराखण्ड मुक्त विश्वविद्यालय</p> <p><input type="checkbox"/> सुश्री ममता कुमारी (सदस्य), सहायक प्रोफेसर, शिक्षाशास्त्र विद्याशाखा एवं सह-समन्वयक बी० एड० कार्यक्रम, उत्तराखण्ड मुक्त विश्वविद्यालय</p> <p><input type="checkbox"/> डॉ० प्रवीण कुमार तिवारी (सदस्य एवं संयोजक), सहायक प्रोफेसर, शिक्षाशास्त्र विद्याशाखा एवं समन्वयक बी० एड० कार्यक्रम, उत्तराखण्ड मुक्त विश्वविद्यालय</p>	
<b>दिशाबोध: प्रोफेसर जे० के० जोशी, पूर्व निदेशक, शिक्षाशास्त्र विद्याशाखा, उत्तराखण्ड मुक्त विश्वविद्यालय, हल्द्वानी</b>			
कार्यक्रम समन्वयक: डॉ० प्रवीण कुमार तिवारी समन्वयक, शिक्षक शिक्षा विभाग, शिक्षाशास्त्र विद्याशाखा, उत्तराखण्ड मुक्त विश्वविद्यालय, हल्द्वानी, नैनीताल, उत्तराखण्ड	कार्यक्रम सह-समन्वयक: सुश्री ममता कुमारी सह-समन्वयक, शिक्षक शिक्षा विभाग, शिक्षाशास्त्र विद्याशाखा, उत्तराखण्ड मुक्त विश्वविद्यालय, हल्द्वानी, नैनीताल, उत्तराखण्ड	पाठ्यक्रम समन्वयक: डॉ० अखिलेश कुमार सहायक प्रोफेसर, शिक्षा विद्यापीठ, वर्धमान महावीर खुला विश्वविद्यालय, कोटा, राजस्थान	पाठ्यक्रम सह समन्वयक: सुश्री ममता कुमारी सह-समन्वयक, शिक्षक शिक्षा विभाग, शिक्षाशास्त्र विद्याशाखा, उत्तराखण्ड मुक्त विश्वविद्यालय, हल्द्वानी, नैनीताल, उत्तराखण्ड
<b>प्रधान सम्पादक</b> डॉ० प्रवीण कुमार तिवारी समन्वयक, शिक्षक शिक्षा विभाग, शिक्षाशास्त्र विद्याशाखा, उत्तराखण्ड मुक्त विश्वविद्यालय, हल्द्वानी, नैनीताल, उत्तराखण्ड		<b>उप सम्पादक</b> डॉ० अखिलेश कुमार सहायक प्रोफेसर, शिक्षा विद्यापीठ, वर्धमान महावीर खुला विश्वविद्यालय, कोटा, राजस्थान	
विषयवस्तु सम्पादक सुश्री ममता कुमारी सहायक प्रोफेसर, शिक्षाशास्त्र विद्याशाखा, उत्तराखण्ड मुक्त विश्वविद्यालय	भाषा सम्पादक सुश्री ममता कुमारी सहायक प्रोफेसर, शिक्षाशास्त्र विद्याशाखा, उत्तराखण्ड मुक्त विश्वविद्यालय	प्रारूप सम्पादक सुश्री ममता कुमारी सहायक प्रोफेसर, शिक्षाशास्त्र विद्याशाखा, उत्तराखण्ड मुक्त विश्वविद्यालय	प्रूफ संशोधक सुश्री ममता कुमारी सहायक प्रोफेसर, शिक्षाशास्त्र विद्याशाखा, उत्तराखण्ड मुक्त विश्वविद्यालय
<b>सामग्री निर्माण</b>			
प्रोफेसर एच० पी० शुक्ल निदेशक, शिक्षाशास्त्र विद्याशाखा, उत्तराखण्ड मुक्त विश्वविद्यालय		प्रोफेसर आर० सी० मिश्र निदेशक, एम० पी० डी० डी०, उत्तराखण्ड मुक्त विश्वविद्यालय	
© उत्तराखण्ड मुक्त विश्वविद्यालय, 2017			
ISBN-13 -978-93-85740-85-5			
प्रथम संस्करण: 2017 (पाठ्यक्रम का नाम: गणित का शिक्षणशास्त्र (भाग II), पाठ्यक्रम कोड- BED III- CPS 17)			
सर्वाधिकार सुरक्षित। इस पुस्तक के किसी भी अंश को ज्ञान के किसी भी माध्यम में प्रयोग करने से पूर्व उत्तराखण्ड मुक्त विश्वविद्यालय से लिखित अनुमति लेना आवश्यक है। इकाई लेखन से संबंधित किसी भी विवाद के लिए पूर्णरूपेण लेखक जिम्मेदार होगा। किसी भी विवाद का निपटारा उत्तराखण्ड उच्च न्यायालय, नैनीताल में होगा।			
निदेशक, शिक्षाशास्त्र विद्याशाखा, उत्तराखण्ड मुक्त विश्वविद्यालय द्वारा निदेशक, एम० पी० डी० डी० के माध्यम से उत्तराखण्ड मुक्त विश्वविद्यालय के लिए मुद्रित व प्रकाशित।			
प्रकाशक: उत्तराखण्ड मुक्त विश्वविद्यालय; मुद्रक: उत्तराखण्ड मुक्त विश्वविद्यालय।			

कार्यक्रम का नाम: बी० एड०, कार्यक्रम कोड: BED- 17

पाठ्यक्रम का नाम: गणित का शिक्षणशास्त्र (भाग II), पाठ्यक्रम कोड- BED III- CPS 17

इकाई लेखक	खण्ड संख्या	इकाई संख्या
डॉ० ए० के० जैन सह प्रोफेसर एवं निदेशक, शिक्षा विद्यापीठ, वर्धमान महावीर खुला विश्वविद्यालय, कोटा, राजस्थान	1	1, 2 व 3
डॉ० आद्याशक्ति राय सह प्रोफेसर, विशिष्ट शिक्षा संकाय, शकुन्तला मिश्रा राष्ट्रीय पुनर्वास विश्वविद्यालय, लखनऊ	1	4
श्री सुशील कुमार सिंह सहायक प्रोफेसर, सेंट जेवियर्स कॉलेज ऑफ एज्यूकेशन, पटना, बिहार	1	5
डॉ० सुरेन्द्र यादव सहायक प्रोफेसर, शिक्षा संकाय, नागालैंड विश्वविद्यालय, कोहिमा, नागालैंड	2	4
श्री प्रतीक चौरसिया शिक्षा संकाय, काशी हिन्दू विश्वविद्यालय, वाराणसी, उत्तरप्रदेश	2	5

## BED III- CPS 17

### गणित का शिक्षणशास्त्र (भाग II)

### Pedagogy of Mathematics (Part II)

खण्ड 1		
इकाई सं०	इकाई का नाम	पृष्ठ सं०
1	गणित के शिक्षण-अधिगम हेतु योजना	2-31
2	गणित में शिक्षण और अधिगम की योजना	32-56
3	गणित में अधिगम संसाधन	57-74
4	गणित प्रयोगशाला एवं संसाधन कक्ष	75-91
5	सूचना एवं संचार प्रौद्योगिकी तथा गणित शिक्षा	92-99

खण्ड 2		
इकाई सं०	इकाई का नाम	पृष्ठ सं०
1	इकाई: एक	-
2	इकाई: दो	-
3	इकाई: तीन	-
4	गणित शिक्षक का व्यावसायिक विकास	101-116
5	गणित शिक्षक बतौर शोधार्थी	117-132

# खण्ड 1

# Block 1

## इकाई 1 - गणित के शिक्षण-अधिगम हेतु योजना

### Planning for Teaching-learning of Mathematics

- 1.1 प्रस्तावना
- 1.2 उद्देश्य
- 1.3 गणित में अनुदेशन हेतु विषय वस्तु का चयन
- 1.4 विभिन्न स्तरों पर शिक्षण अधिगम हेतु गणित के संप्रत्ययों विषयवस्तु की पहचान एवं संगठन
- 1.5 अनुदेशनात्मक उद्देश्यों को लिखना एवं अधिगम अनुभव की पहचान
- 1.6 गणित में न्यूनतम लागत अधिगम सामग्री निर्माण करने में विद्यालयों का सहभागित्व
  - 1.6.1 न्यूनतम लागत सामग्री
- 1.7 गणित की शिक्षण सामग्री का मूल्यांकन
- 1.8 सारांश
- 1.9 निबंधात्मक प्रश्न
- 1.10 सदर्भ ग्रंथ सूची

#### 1.1 प्रस्तावना

हमारे देश में गणित को एक विषय के रूप में अतीतकाल से ही महत्व दिया जाता रहा है। विद्यालयों में गणित शिक्षण की प्रभावशाली व्यवस्था की जाती है। इस हेतु विद्यार्थियों के कक्षा स्तर एवं मानसिक स्तर के अनुरूप विषयवस्तु की पहचान एवं संगठन की महत्ती भूमिका होती है। इस हेतु अध्यापक को कौन कौन से अधिगम अनुभव कक्षा में प्रदान करने हैं। उसका चयन एवं निर्धारण करना आवश्यक होता है। ताकि अध्यापक उसी के अनुरूप शिक्षण अधिगम की योजना बना सके। विद्यार्थी गणित की विषयवस्तु को सरलता एवं सुगमता से बोधगम्य कर सके इस हेतु उसे सैद्धान्तिक प्रस्तुति के द्वारा आवश्यक सहायक सामग्री की आवश्यकता होती है। अच्छा यही होता है कि अध्यापक इस अधिगम सामग्री को अपने परिवेश में उपलब्ध संसाधनों की सहायता से विद्यार्थियों के सहयोग से इसका निर्माण कर सके। इस निर्मित सामग्री का उचित मूल्यांकन भी होना अपेक्षित है। प्रस्तुत अध्याय इन्हीं सभी प्रमुख बिन्दुओं पर प्रकाश डाल रहा है।

## 1.2 उद्देश्य

इस इकाई के अध्ययन के पश्चात आप -

1. गणित में अनुदेशन हेतु सामग्री का चयन कर सकेंगे।
2. विभिन्न स्तरों के लिए शिक्षण अधिगम हेतु विषय वस्तु का निर्धारण कर सकेंगे।
3. गणित के विभिन्न प्रकरणों हेतु अनुदेशनात्मक उद्देश्यों को लिखने के विभिन्न तरीकों को जान सकेंगे।
4. गणित में शिक्षण अधिगम सामग्री की जानकारी प्राप्त कर सकेंगे।
5. गणित में न्यूनतम लगातार से शिक्षण अधिगम सामग्री के निर्माण के तरीकों को जान सकेंगे एवं उपयोग कर सकेंगे।
6. गणित में मूल्यांकन उपकरणों की पहचान कर सकेंगे।

## 1.3 गणित में अनुदेशन हेतु विषय वस्तु का चयन

कोठारी आयोग ने सुझाव दिया है - आजकल गणित प्रारंभिक अवस्था पर अंक गणित, बीज गणित और ज्यामिति में विभक्त है। इस कारण संख्याओं द्वारा आधारभूत क्रियाओं की शिक्षा देने में आवश्यक रूप से एक ही तथ्य को दुहराना पड़ता है। इसलिए ये अत्यन्त आवश्यक है कि अंक गणित और बीज गणित को संबंधित कर दिया जाये और गणित के नियमों और सिद्धान्तों तथा तर्क संगत प्रणाली पर ध्यान दिया जाये। पाठ्यक्रम में संख्या प्रणाली का विकास संकेतन और संख्या लेखन प्रणालियों, समीकरण, ग्राफ एवं फलन सम्मिलित किये जाने चाहिए। इसी प्रकार ज्यामिति के पाठ्यक्रम को भी अधिक युक्ति संगत आधार पर संगठित करना चाहिए।

माध्यमिक और उच्च माध्यमिक अवस्था पर भी गणित के पाठ्यक्रमों को अब तक परम्परागत रूप में अंक गणित, तथा ज्यामिति, त्रिकोणमिति, सांख्यिकी फलन और निर्देशांक ज्यामिति में विभक्त किया गया है। गणित पाठ्यक्रम को पुनः अनुप्रमाणित और आधुनिकतम बनाने की आवश्यकता है। गणित का सम्पूर्ण पाठ्यक्रम और बीज गणित की आधारभूत बनाने की आवश्यकता है। गणित का सम्पूर्ण पाठ्यक्रम और बीज गणित की आधारभूत क्रियाएं प्राथमिक अवस्था से अन्त तक समाप्त की जा सकती है। पाठ्यचर्या से सरलीकरण, गुणनखंड, महत्तम समापवत्र्य, लघुतम समापवत्र्य आदि जो पुराने पड़ गये हैं, उन्हें निकाल देना आवश्यक है। त्रिकोणमिति को बीज गणित के साथ जोड़ा जा सकता है और उसे अलग पढ़ाने की आवश्यकता नहीं है। सर्वसमिकाओं, त्रिकोणों, उंचाईयों, दूरियों की क्रिया कम की जा सकती है। ज्यामिति पढ़ाने की विधि बदल देना चाहिए और स्वयं दृष्टिमूलक और व्यवस्थिति विधि को अपनाया जाना चाहिए।

ज्यामिति के मूल शब्दों और संख्याओं की क्रियाओं की व्याख्या करते हुए सेट की भाषा का प्रयोग करना चाहिए। सेट की भाषा के माध्यम से ही अंक गणित, बीज गणित और ज्यामिति में समन्वय स्थापित किया जा सकता है। रेखा खण्ड, भुजा आदि के लिए स्कूल गणित अध्ययन दल के संकेतन, जिनसे भाषा में आंशिक सूक्ष्मता होती है अपनाये जा सकते हैं।

## 1.4 विभिन्न स्तरों पर शिक्षण अधिगम हेतु गणित के संप्रत्ययों विषयवस्तु की पहचान एवं संगठन

नवीन राष्ट्रीय शिक्षा नीति के अंतर्गत कक्षा 9 से 12वीं तक की समस्त गणित की पुस्तकों को पुनः व्यवस्थित किया गया है। पहले गणित विषय अनिवार्य एवं वैकल्पिक दोनों रूपों में था। परन्तु अब सभी वर्ग के छात्रों को अनिवार्य रूप से पढ़ना पड़ रहा है। इसके दो प्रश्न पत्र 50-50 अंक के होते हैं। +2 स्तर से गणित वैकल्पिक रूप से पढ़ाया जाने लगा है। उ.प्र. में यह अनिवार्य रूप से 1986 से म.प्र. में जुलाई 1987 से तथा राजस्थान में जुलाई 1988 से पढ़ाया जाने लगा है।

कक्षा 9 से 12 तक गणित की विषयवस्तु का संगठन निम्नानुसार होना चाहिए।

कक्षा 9 में दो प्रश्न पत्र हों। प्रथम प्रश्न पत्र में अंकगणित बीज गणित है। तथा द्वितीय प्रश्न पत्र में रेखा गणित, त्रिकोणमिति तथा सांख्यिकी है। ये प्रश्न पत्र 50-50 अंक के हों।

कक्षा 9 के पाठ्यक्रम का संगठन - इस कक्षा की गणित की प्रथम पुस्तक गणित भाग 1 के नाम से हो तथा वह दो इकाई में विभक्त हो। प्रथम इकाई बीज गणित से तथा द्वितीय इकाई अंक गणित से संबंधित हो। इनका विभक्तिकरण निम्नलिखित प्रकार से हो -

1. बीज गणित
  - i. समुच्चय सिद्धान्त
  - ii. गुणखंड
  - iii. सरल युगपत समीकरण
  - iv. युगात समीकरण एवं समस्याएं
  - v. घातांक नियम
2. अंक गणित
  - i. प्रतिशत
  - ii. लाभ - हानि
  - iii. अनुपात, समानुपात, समानुपाती भागों में विभाजन
  - iv. सरल ब्याज
  - v. बट्टा (क्रमिक एवं समतल्य बट्टा)

कक्षा 9 का द्वितीय प्रश्न पत्र 4 इकाइयों में विभक्त हो। इसमें कुल 14 अध्याय हैं। जिनका भी विवरण इस प्रकार है -

1. ज्यामिति
  - i. बिन्दु रेखा और तल
  - ii. कोण, कोण की माप एवं संरचना
  - iii. कोण एवं समान्तर रेखाएं

- iv. त्रिभुजों की रचना एवं सर्वांगसमता
  - v. चतुर्भुज रचनाएं तथा प्रमेयों का सत्यापन
  - vi. त्रिभुज संबंधी विशेष प्रमेय
  - vii. समतलीय आकृतियों का क्षेत्रफल (त्रिभुज, समान्तर, चतुर्भुज तथा पाइथागोरस प्रमेय का सत्यापन)।
2. त्रिकोणमिति
- i. कोण एवं उनके माप (रेडियन, वृत्तिय तथा षटिक पद्धति)
  - ii. न्यून कोण के त्रिकोणमिति अनुपात तथा मूलभूत सर्वसमिकाएं
3. मेन्सुरेशन
- i. समतलीय आकृतियों का क्षेत्रफल (आयतन एवं चारों दीवारों का क्षेत्रफल),
  - ii. समतलीय आकृतियों का क्षेत्रफल । इसमें त्रिभुज, चतुर्भुज, फील्ड बुक एवं वृत्त सम्मिलित है।
4. सांख्यिकी
- i. आंकड़ों का संकलन एवं सारणीयन
  - ii. आंकड़ों का चित्रो द्वारा निरूपण

इसके अन्तर्गत सांख्यिकी का प्रारम्भिक ज्ञान तथा आरेक्षीय प्रतिचित्रण (आयत, चित्र, बारम्बारता, बहुभुज, संचयी बारम्बारता वक्र) सम्मिलित है।

कक्षा 10 का पाठ्यक्रम

इस स्तर पर गणित की पुस्तक में 6 इकाईयां हो, जिनका उल्लेख अग्रलिखित प्रकार से हो सकता है -

इकाई 1- बीज गणित

- i. 1 संबंध एवं फलन - संबंध का प्रभाव क्षेत्र एवं परिसर, क्रमित युग्म एवं गुणनफल, फलन आदि की जानकारी
- ii. 2 एक अज्ञात राशि के द्विघात समीकरण एवं संबंधित समस्याएं
- iii. 3 एक घातीय समीकरण का ग्राफ पर आलेखन एवं युगत समीकरणों का लेखाचि द्वारा हल
- iv. 4 लघुगुणक परिभाषा, गुण, धर्म, पूर्णांश प्रतिलघुगुणक तथा लघुगुणक प्रश्नों का हल।
- v. 5 महत्तम समापर्वतक एवं लघुत्तम समापर्वतक एक पदीय तथा बहुपदीय व्यंजकों का म.स.प. तथा ल.स.प.।

इकाई 2 -अंकगणित

- i. साझा
- ii. चक्रवृद्धि ब्याज, वार्षिक, अर्द्ध वार्षिक तथा त्रैमासिक दिया गया हो।
- iii. वृद्धि पर वस्तु का अंतिम मूल्य ज्ञात करना जबकि उसका पूर्व मूल्य अज्ञात होता है।

- iv. बैंकिंग बचत बैंक खाता, चालू खाता, सावधि खाता, जमा खाता जमा तालिका वार्षिक ब्याज द्वारा ज्ञात करना
- v. किशतों में भुगतान

## इकाई 3 - रेखागणित

- i. बिन्दु पथ
- ii. वृत्त की जीवा और चाप
- iii. वृत्त एवं चाप द्वारा अन्तरित कोणों से संबंधन
- iv. वृत्त की स्पर्शरेखाएं - दो वृत्तों के स्पर्श होने की शर्तें
- v. वृत्त के परिगत एवं अन्तर्गत त्रिभुज एवं बहुभुज समभुज बनाना।

## इकाई 4 - त्रिकोणमिति

- i. 0 से 90 डिग्री के त्रिकोणमितीय मानों की गणना
- ii. उंचाई एवं दूरी पर सरल समस्याएं

## इकाई 5- मैन्सुरेशन

- i. घन, घनाभ का पृष्ठीय क्षेत्रफल एवं आयतन
- ii. बेलन, शंकु एवं गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन

## इकाई 6 -सांख्यिकी

- i. केन्द्रीय प्रवृत्ति के मान
- ii. समान्तर माध्य, गुणोत्तर माध्य तथा हरात्मक माध्य की गणना।
- iii. स्थैतिक माध्य
  - (I) माध्यिका (II) बहुलक
  - a. वर्गीकृत(समूहित) बारम्बारता बंटन से समान्तर माध्य ज्ञात करना।
  - b. कल्पित माध्य की सहायता से समान्तर माध्य ज्ञात करना
  - c. असतत् बंटन की माध्यिका ज्ञात करना
  - d. अवर्गीकृत बारम्बारता बंटन से माध्यिक ज्ञात करना
  - e. असतत् बंटन का बहुलक
  - f. सतत् बंटन का बहुलक

## कक्षा XI का पाठ्यक्रम

इस स्तर पर गणित के दो प्रश्न पत्र निम्नलिखित

प्रथम प्रश्न पत्र -उच्च बीज गणित

- i. द्विघातीय व्यंजक तथा द्विघातीय समीकरणों के सिद्धान्तों

- ii. समान्तर श्रेणी
- iii. गुणोत्तर श्रेणी
- iv. हरात्मक श्रेणी तथा विविध श्रेणियां
- v. क्रमचय तथा संचय
- vi. द्विपद तथा संचय
- vii. द्विपद प्रमेय (धनात्मक पूर्णांक घातांक के लिए)
- viii. द्विपद प्रमेय (किसी भी घातांक के लिए)
- ix. लघुगणीय श्रेणियां तथा चार घातांक प्रमेय
- x. आव्यूह
- xi. सारणिक
- xii. आंशिक भिन्न

### त्रिकोणमिति

त्रिकोणमिति सर्वसमिकाएं

अपवर्तक कोणों का मान

त्रिकोणमिति समीकरणों का हल

द्वितीय प्रश्न पत्र – निर्देशांक ज्यामिति

- i. बिन्दुओं के निर्देशांक
- ii. बिन्दु पथ एवं समीकरण
- iii. त्रिभुज का क्षेत्रफल
- iv. चतुर्भुज का क्षेत्रफल
- v. सीधी रेखा- सीधी रेखा का समीकरण (विभिन्न स्थितियों में) दिये हुए लम्ब और उसके सुझाव वाली रेखा, दो सरल रेखाओं के बीच का कोण ज्ञात करना, दो रेखाओं के बीच का कोण ज्ञात करना, दो रेखाओं के समान्तर तथा लम्ब होने का प्रतिबंध दी हुई रेखा से दिया हुआ कोण बनाने वाली रेखा
- vi. सरल रेखा
- vii. दी हुई रेखा के सापेक्ष दो बिन्दुओं की स्थिति -
  - a. के रूप में सरल रेखा का समीकरण
  - b. दो सरल रेखाओं का प्रतिच्छेदन बिन्दु
  - c. प्रतिच्छेद बिन्दु से होकर जाने वाली रेखाएं
  - d. कोणों के अर्धक
  - e. वक्रों के प्रतिच्छेद बिन्दुओं का बिन्दुपथ
  - f. दो सरल रेखाओं के मध्य प्राचल निर्देशांकों के अन्तर्गत बिन्दु पथा ज्ञात करना।

- g. दो सरल रेखाओं के निरूपक समीकरण समघातीय समीकरण तथा मध्यस्थ कोण (संपात तथा लम्ब होने का प्रतिबंध, समान्तर रेखाएं)

एक सरल रेखा और किसी वक्र के प्रतिच्छेद बिन्दुओं को मूल बिन्दु से मिलाने वाली रेखाएं।

1. अवकलन गणित (Differential calculus)
  - i. फलन और सीमाएं
  - ii. अनिर्धार्य रूप
  - iii. सरल अवकलन अवकलन गुणांक या अवकलन ज्ञात करना
  - iv. दो फलनों के योग अथवा अन्तर अवकल गुणांक ज्ञात करना
  - v. सरल त्रिकोणमितीय फलनों का अवकलन
2. अवकलन के लिए मूल नियम दो फलनों के गुणफल तथा भागफल का अलग अलग अवकलन गुणांक ज्ञात करना
  - i. का ज्यामिति अर्थ
  - ii. किसी बिन्दु पर स्पर्श रेखा तथा अविलम्ब ज्ञात करना।

### कक्षा 12 का पाठ्यक्रम

इस स्तर पर गणित का पाठ्यक्रम दो प्रश्न पत्रों में विभक्त हो सकता है।

प्रथम प्रश्न पत्र	अंक
i. बीज गणित	25
ii. त्रिकोणमिति	15
iii. निर्देशांक ज्यामिति (द्विविमीय)	15
iv. निर्देशांक ज्यामिति (त्रिविमीय)	10
v. प्रायिकता	10

योग 75

द्वितीय प्रश्न पत्र

i. अवकलन	40
ii. समाकलन	35

योग 75

प्रथम प्रश्न पत्र - बीज गणित + त्रिकोणमिति + निर्देशांक ज्यामिति

**भाग अ बीज गणित**

- i. संबंध - संबंध की संकल्पना, विभिन्न प्रकार के संबंध, प्रतिलोम फलन (स्वतुल्य सममिति, प्रति सममिति, संक्रामक तथा तुल्यता संबंध) पूर्ण क्रम संबंध एवं आंशिक क्रम संबंध।
- ii. फलन – (I) फलन के प्रान्त, सह-प्रान्त तथा परिसर (II) तुल्य फलन।

- iii. फलनों के प्रकार - एकैकी फलन, बहुएकैकी फलन, अच्छादक फलन, अन्तःक्षेपी फलन, एकैकी आच्छाद, तत्समक फलन तथा अचर फलन।
- iv. संयुक्त फलन - संयुक्त फलन के गुण, प्रतिलोम फलन एवं प्रतिलोम फलन के गुण।

### भाग ब त्रिकोणमिति

- i. प्रतिलोमी वृत्तीय फलन, गुण एवं धर्म
- ii. दमायवर : प्रमेय
- iii. युग्मी समिश्रण राशियों के मापांक कोणांक तथा ध्रुवी ज्ञात करना एवं दमायावर प्रमेय पर आधारित प्रश्न
- iv.  $(a+ib)$  का वर्गमूल ज्ञात करना
- v. सम्मिश्र राशियों के वास्तविक एवं काल्पनिक भागों में पृथक करना। प्रतिलोम फलन, प्रतिलोम, अतिपरिवलित फलन, एवं समिश्रण राशियों के लघु गुणक।
- vi. प्रायिकता - प्राथमिकता का गुणन प्रमेय या मिश्र प्रायिकता का प्रमेय शर्तात्मक प्रायिकता।

### भाग स निर्देशांक ज्यामिति

- i. वृत्त - विभिन्न स्थितियों में वृत्त का समीकरण, स्पर्श रेखा तथा जीवा का समीकरण, नियामक वृत्त, ध्रुव और ध्रुवों के समीकरण, वृत्त निकाय एवं मूलाक्ष।
- ii. परवलय - परवलय का समीकरण, नाभीय जीवा, स्पर्श रेखा का स्पर्श युग्म का समीकरण, अभिलम्ब का समीकरण एवं ध्रुवी तथा ध्रुव का समीकरण।
- iii. दीर्घ वृत्त - नाभिलम्ब, दीर्घ वृत्त का समीकरण, स्पर्श रेखा का समीकरण, अविलम्ब का समीकरण, स्पर्श रेखा, नियामक वृत्त का समीकरण, ध्रुव तथा ध्रुवी व्यास (गुण)
- iv. अतिपरवलय - समीकरण, विशेष प्रकार के अति परवलय, स्पर्श रेखा, ध्रुव तथा ध्रुवी व्यास अनन्त स्पर्शी प्राचलिक निर्देशांक बिन्दु पर स्पष्ट रेखा तथा अभिलम्ब का समीकरण।

### द्वितीय प्रश्न पत्र अंक 40

#### भाग अ: अवकलन (Differentiation)

1. फलन, सीमा तथा सातत्व
2. अवकलन - प्रथम सिद्धान्तों से अवकलन गुणांक ज्ञात करना, प्रतिलोम वृत्तीय फलनों के अवकलन गुणांक ज्ञात करना, रूपान्तरण तथा अवकलन।
3. स्पर्श रेखाएं तथा अभिलम्ब - किसी बिन्दु पर स्पर्श रेखा तथा अभिलम्ब का समीकरण ज्ञात करना। अधः स्पर्श तथा अर्धोलम्ब की लम्बाई स्पर्श रेखा पर ध्रुवी की लम्बाई ज्ञात करना, चाप का अवकलन एवं चाप की लम्बाई का अवकलन ध्रुवी समीकरण।
4. उत्तरोत्तर अवकलन - (I) कुछ मानक फलनों के वें अवकलन, बीजीय परिमेय फलनों द्वितीय वें अवकलन, (II) दो फलनों के गुणफल का द्वितीय अवकलन।

5. फलनों का प्रसार – में क्लारिन्स प्रमेय, टेलर प्रमेय, व्याख्या तथा फलनों की व्याख्या एवं विस्तार करने में प्रयोग
6. अनिर्धार्य रूप – डी. एल. हास्पिटल नियम द्वारा सीमा ज्ञात करना।
7. उच्चनिष्ठ तथा निम्ननिष्ठ - चरम सीमाओं के लिए आवश्यक प्रतिबंध, उच्चनिष्ठ तथा निम्ननिष्ठ के लिए प्रत्यास शर्तें।

#### भाग ब: समाकलन

- i. प्रारम्भिक समाकलन
- ii. प्रतिस्थापन द्वारा समाकलन
- iii. खण्डशः समाकलन
- iv. परिमेय बीजीय फलनों का समाकलन
- v. अपरिमेय बीजीय फलनों का समाकलन
- vi. त्रिकाणमितीय फलनों का समाकलन
- vii. निश्चित समाकलन
- viii. क्षेत्रफलन

### 1.5 अनुदेशनात्मक उद्देश्यों को लिखना एवं अधिगम अनुभव की पहचान (Stat lng Instructional, Object lves, and Ident lfy lng Learn lng Exper lences)

विद्यार्थियों में व्यावहारिक परिवर्तन तीन प्रकार के होते हैं-

- i. ज्ञानात्मक पक्ष
- ii. अनुभूति या भाव का पक्ष
- iii. क्रियात्मक पक्ष

उपरोक्त व्यावहारिक परिवर्तन को स्पष्ट रूप से गणित में सात अनुदेशनात्मक उद्देश्यों में बांटा जा सकता है। सम्पूर्ण शिक्षा प्रक्रिया इन्हीं उद्देश्यों के तहत घूमती है। और अध्यापक इन्हीं अनुदेशनात्मक उद्देश्यों की पूर्ति हेतु निरन्तर प्रयासरत रहता है।

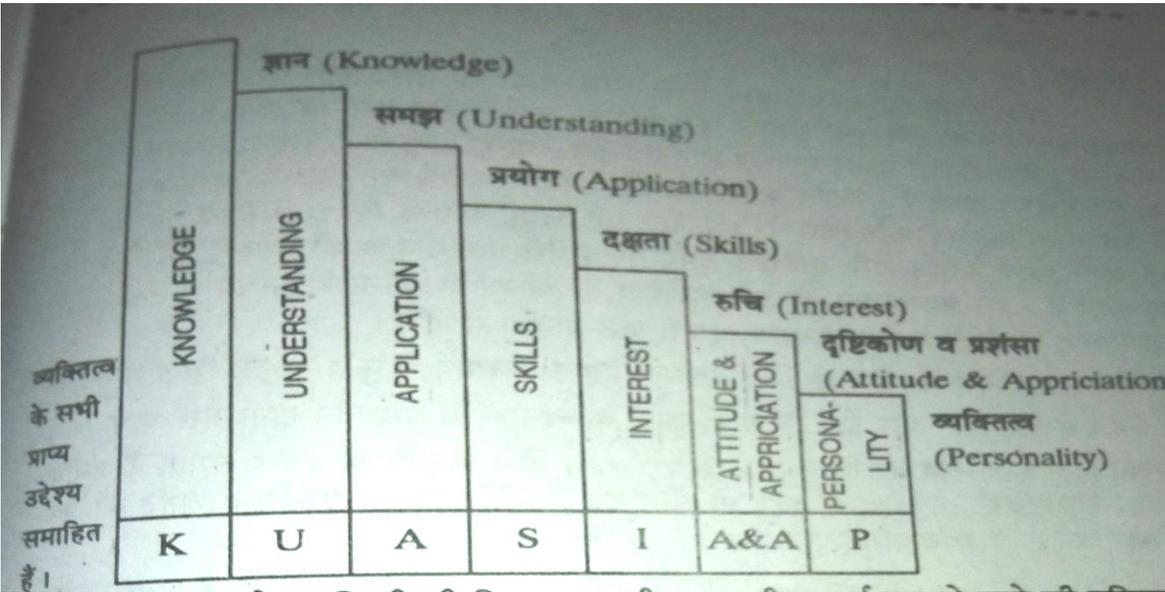
यहां पर बार बार हम व्यावहारिक परिवर्तन शब्द का प्रयोग करते हैं इसका अर्थ होता है कि जब छात्र कोई अंश विषयवस्तु का सीख लेता है तो उसमें किस प्रकार का परिवर्तन आता है। जैसे सीखने की परिभाषा है कि व्यवहार में परिवर्तन शब्द का प्रयोग करते हैं इसका अर्थ होता है कि जब छात्र कोई अंश विषयवस्तु का सीख लेता है तो उसमें किस प्रकार का परिवर्तन आता है जैसे सीखने की परिभाषा है कि व्यवहार में परिवर्तन लाना ही सीखना है। इन परिवर्तनों का जानना या छात्रों में परिवर्तन व्यावहारिक लाना अध्यापक का काम है। जब छात्र कुछ चीजें सीख लेता है तो उसके

व्यवहार में निश्चित रूप से परिवर्तन आता है अब यहां जो प्राप्य उद्देश्य निर्धारित करते हैं उनमें छात्र क्या क्या सीख कर कैसा व्यवहार करेगा, उसी के अधिगम अनुभवों की जानकारी अनुदेशात्मक उद्देश्यों से करनी है।

### 1.5.1 गणित शिक्षण के अनुदेशात्मक उद्देश्य

ब्लूम वनस्पति विज्ञान के प्रध्यापक थे। इन्होंने पाठ्यक्रम का विश्लेषण कर छात्रों में होने वाले व्यावहारिक परिवर्तनों की खोज की ओर उसे ब्लूम टैक्सोनोमी में दिग्दर्शित किया। वे प्राप्य उद्देश्य कहलाये और उन्हें क्रमबद्ध में बताया। इन्होंने भिन्न-भिन्न विषयों में प्राप्य उद्देश्य निर्धारित किए जो गणित शिक्षण हेतु निम्नवत हैं -

- i. ज्ञान
- ii. समझ
- iii. प्रयोग
- iv. दक्षता
- v. रुचि
- vi. दृष्टिकोण एवं प्रशंसा
- vii. व्यक्तित्व



ये प्राप्य उद्देश्य किसी भी विषयवस्तु की जानकारी गहराई तक ले जाने की प्रक्रिया है जो निम्न स्तर तक प्राप्य उद्देश्यों को सीख लेगें उनका व्यक्तित्व उस विषय से पूर्ण सरावोर हो जायेगा। ठोस तक छात्र पहुंच कर अपने व्यक्तित्व का अच्छा निर्माण कर सकता है।

ज्ञान - छात्र, गणित के तथ्यों, सिद्धान्त, संबंधों, विचारों, प्रक्रियाओं, प्रत्यय, स्वयं सिद्धियां, स्वीकृत पक्षों, परिभाषाओं, परिकल्पनाएं, चिन्ह, और अन्य विषय सामग्री का ज्ञान प्राप्त करते हैं। ज्ञान की प्राप्ति होने पर अर्थात् उपरोक्त गणित की बातें सीखने पर छात्रों के व्यवहार में परिवर्तन आते हैं। गणित विषय में यदि छात्रों में निम्न व्यवहारिक परिवर्तन आ जाए अर्थात् छात्र गणित की विषयवस्तु सीख ले तो निम्न बातों का ज्ञान अवश्य होना चाहिए-

### ज्ञान - होने पर छात्रों में परिवर्तन

छात्र गणित के पदों, प्रत्ययों, चिन्हों, सूत्रों, सिद्धान्तों, शर्तों, परिभाषाओं, प्रक्रिया आदि की जानकारी कर लेता है जैसे

- i. **पद** - पाठ में प्रयोग आने वाले शब्दों में परिचित कराना जिन्हें गणित की शब्दावली कहते हैं। जैसे लाभ - हानि के अध्याय में क्रय-विक्रय, लाभ-हानि आदि इसी प्रकार साधारण ब्याज वाले अध्याय में मूलधन, दर, समय शब्दों का ज्ञान प्राप्त करना। इसी प्रकार गणित के प्रत्येक अध्याय में नये-नये शब्द प्रयुक्त होते हैं उन्हें नाम से जानता ही पदों की जानकारी होती है।
- ii. **प्रत्यय** - ऊपर जिन शब्दों या शब्दावली की जानकारी की है उनका वास्तव में मतलब क्या होता है जैसे क्रय का अर्थ है कोई वस्तु खरीदना और विक्रय से कोई वस्तु बेचना, इसी प्रकार मूलधन जितनी रकम उधार दी जाती है अथवा उधार ली जाती है, उसे मूलधन कहते हैं। जितने समय तक वह रूपया उधार लिया हुआ या दिया हुआ रहता है उसे समय कहते हैं जिस दर पर लिया जाता है कि 100 रूपये पर प्रति वर्ष 15 रूपये ब्याज के देने होंगे अथवा 1 रूपये पर 4 पैसे एक महा अथवा एक वर्ष में देने होंगे उसे दर कहते हैं। इस प्रकार पदों की पूर्व व्यवस्था की जानकारी करना ही प्रत्यय कहलाता है। और ये प्रत्यय अध्याय पाठ योजना में होंगे।
- iii. **चिन्ह**- गणित के प्रत्येक अध्याय में कुछ न कुछ चिन्ह प्रयोग में आते हैं। उनका स्पष्ट और ज्ञान आना ही छात्रों के व्यवहार में परिवर्तन होना चूंकि इसलिए दशमलव का चिन्ह (.) (Rs 5.60) नीचे के स्तर पर चिन्ह लगता है जबकि अधिकतर लोग बिना सोच समझे कहीं भी लगा देते हैं। इसलिए प्रतिशत का चिन्ह आदि की पूर्ण जानकारी करना ही व्यवहारिक परिवर्तन है।
- iv. **सूत्र** - गणित में अनेक सूत्रों का प्रयोग होता है उनकी स्पष्ट जानकारी तथा शुद्ध लिखना आना ही सूत्रों का ज्ञान प्राप्त करना है, जैसे - लाभ - विक्रय मूल्य - क्रय मूल्य, हानि दृ क्रय मूल्य - विक्रय मूल्य

$$\text{साधारण ब्याज} = \frac{\text{मूलधन} \times \text{दर} \times \text{समय}}{100}$$

$$\text{मिश्रधन} = \text{मूलधन} \left( 1 + \frac{\text{दर}}{100} \right)^{\text{समय}}$$

- v. **सिद्धान्त** - गणित में अनेक सिद्धान्त होते हैं जिन पर अनेक सूत्र स्थापित किये जा सकते हैं जैसे - त्रिभुज के तीनों अन्तःकोणों का योग दो समकोण या 180° के बराबर होता है संबंधी ज्ञान होना ही व्यावहारिक परिवर्तन है।
- vi. **शर्तों** - त्रिभुज के निर्माण में जब तीनों भुजाएं दी हुई हो तो दो छोटी भुजाओं के योग तीसरी से बड़ा होगा तभी त्रिभुज बनेगा अन्यथा नहीं यह शर्तें हैं। ज्ञान का आना ही व्यवहारिक परिवर्तन है।
- vii. **परिभाषाएं** - गणित में अनेक परिभाषाएं बतायी जाती हैं, जैसे वृत्त, त्रिभुज, कोण, भिन्न भिन्न प्रकार के चतुर्भुजों की परिभाषाओं का ज्ञान होना ही व्यावहारिक परिवर्तन है।
- viii. **प्रक्रिया** - गणित में महत्वपूर्ण है किसी भी समस्या का पूर्ण क्रमबद्ध हल प्रक्रिया कहलाती है और यह प्रत्येक समस्या के हल में प्रयोग की जाती है। कभी-कभी एक ही समस्या को हल करने में एक से अधिक प्रक्रिया का प्रयोग किया जा सकता है। जैसे चक्रवृत्ति ब्याज सूत्र से भी ज्ञान कर सकते हैं। एक वर्ष की ब्याज निकाल कर मूलधन से जोड़कर दूसरे वर्ष हेतु प्रयोग कर भी निकाल सकते हैं। इसलिए प्रक्रिया का स्पष्ट और शुद्ध ज्ञान आना ही व्यवहारिक परिवर्तन कहलाता है।

इसी प्रकार अन्य बातों की जानकारी करना ज्ञान के अन्तर्गत आता है यदि हमें यह जानकारी करनी है कि ज्ञान छात्रों को आया अथवा नहीं तो ज्ञान की परीक्षण हेतु प्रत्यास्मरण और पहचान करते हैं और इसी तरह के प्रश्न पूछने पर यदि उत्तर सही मिलते हैं तो उन उपरोक्त सभी बातों का ज्ञान हो गया है।

- निकटता से संबंधित गणित की क्रियाओं, प्रत्ययों, प्रतिबंधों के अन्तर को स्पष्ट करता है।
- गणित की विभिन्न क्रियाओं की तुलना करके भेद दिखाता है।
- गणित की क्रियाओं में त्रुटियों का पता लगता है।
- विषय के विभिन्न पहलुओं व आकृतियों की परिभाषा देता है।
- विभिन्न परिस्थितियों व दशाओं में गणित संबंधों की पहचान करता है। तो वृत्त का ज्ञान प्राप्त कर लिया है।
- गणित के विभिन्न तथ्यों, प्रत्ययों, प्रक्रियाओं की उपयोगिता का वर्णन समाज में हित में करता है।
- गणित के ऐतिहासिक विकास की विषय सामग्री का क्रमबद्ध ज्ञान प्राप्त करता है।

इस प्रकार छात्र के उपरोक्त बातें सीखने पर हम कह सकते हैं कि छात्र के व्यवहार में परिवर्तन आया है और उसे गणित के ज्ञान संबंधी जानकारी हो गयी है।

**समझ अथवा बोध** - इस प्राप्य उद्देश्य का विकास ज्ञान आने के बाद विकसित होता है बिना ज्ञान के बोध होना किसी भी विषय वस्तु का असंभव है अर्थात् ज्ञान से बोध गहराई से जानने की प्रक्रिया है। इसमें समस्याओं का विश्लेषण करके उन्हें हल करने का बोध प्राप्त होता है। मानसिक सन्तुलन बना कर समस्याओं का सोच समझकर हल करना है।

समझ या बोध आने पर छात्रों के व्यवहार में परिवर्तन

- i. गणित की क्रियाओं को क्रमबद्ध रूप से व्यवस्थित करता है। जब किसी समस्या को हल किया जाता है तो प्रत्येक स्टेप निश्चित और क्रमशः होता है जैसे - मूलधन, दर और समय दिया होने पर ब्याज की गणना का प्रारंभिक सूत्र से ही होता है अथवा एकिक नियम द्वारा हल किया जाता है इस प्रकार प्रक्रिया का बोध आभास कराती है।
- ii. गणित की क्रियाओं तथा समस्या के हल में पर्याप्त व अपर्याप्त बातों का पता लगाना जान गया है। जैसे त्रिभुज के निर्माण में तीन बातें आवश्यक होती है। (दो भुजाएं एक कोण, दो कोण एक भुजा, तीनों भुजाएं और एक भुजा और कर्ण उसमें 90° का कोण छिपा रहता है।) यदि छात्र इतनी बात बता देता है तो हम कर सकते हैं कि छात्र को त्रिभुज निर्धारण का बोध हो गया है।
- iii. विभिन्न परिस्थितियों या दशाओं में विभिन्न समस्याओं का हल कर लेता है। जैसे - जब छात्रों को कक्षा में समस्याएं दी जाती हैं तो हल कर लेते हैं परन्तु परीक्षा में उन समस्याओं के सही हल नहीं कर पाते अथवा उन्हीं समस्याओं को जब अभिभावक घर घर पूछते हैं तो सही नहीं बना पाते हैं। जैसे - विद्यालय में ब्याज के सवाल खूब हल कर लेते हैं। परन्तु घर पर मम्मी ने अपनी निजी ब्याज की गणना करवायी तो भूल गये। अर्थात् बोध या समझ की कमी रही। बोध या समझ आने पर छात्र के समक्ष किन्हीं भी परिस्थितियों से घर, बैंक, समाज अथवा विद्यालय में समस्याएं दी जाएं और छात्र उन्हें पूर्णरूप से हल कर सकता है। जब हम कह सकते हैं कि छात्र में बोध अथवा समझ संबंधी व्यवहार में परिवर्तन आ गया है।
- iv. प्रत्ययों को संकेत में प्रकट करता है जैसे चूँकि, इसलिए, बड़ा है छोटा है, अनुपात, समानुपात बराबर सर्वांगसम आदि अनेक प्रत्यय हैं उन्हें स्पष्ट व शुद्ध तरीके से सही चिन्हों से प्रदर्शित कर लेता है तो उसे इस विषयवस्तु का बोध या समझ आ गयी है और प्रत्ययों को संकेतों में बदलने का व्यावहारिक ज्ञान प्राप्त हो गया है तथा इसके विपरित प्रक्रिया भी कर लेता है अर्थात् लाक्षणिक संकेतों के संबंधों को शब्दों में प्रकट कर लेता है

$$\text{जैसे वृत्त की परिधि} = 2\pi r$$

$\pi$  एक स्थायक होता है तो परिधि और व्यास का अनुपात होत है।

$r$  त्रिज्या जो वृत्त की दी हुई होती है केन्द्र से परिधि तक की दूरी होती है।

इस प्रकार संकेतों को शब्दों के माध्यम से पूरा कर लेता है तो हम कह सकते हैं कि उसे बोध हो गया है तथा बोध संबंधी व्यवहार में परिवर्तन आ गया है।

- v. उपर्युक्त सामग्री हेतु सहायक पुस्तकों का अध्ययन करता है। जैसे - एक ही विषय सामग्री पढ़ने हेतु कई पुस्तकें उसी विषय सामग्री से संबंधित पढ़ने लगता है तथा अध्यापकों से भी उस विषय सामग्री का स्पष्टीकरण कर लेता है तो वह कह सकते हैं कि बोध से संबंधित उसके व्यवहार में परिवर्तन आ गया है।

- vi. तथ्यों के गुणों के आधार पर वर्गीकरण करता है। जैसे - गणित में अनेक तथ्य होते हैं और उनके अलग अलग गुण होते हैं छात्र उन दोनों में भेद कर सके जैसे साधारण समीकरण, युगपद समीकरण और वर्गात्मक समीकरण में भेद कर सकें तो छात्र को बोधात्मक व्यवहार आ गया है।

उपरोक्त प्राप्य उद्देश्यों के स्पष्टीकरण को देखने से ज्ञात होता है कि इसमें क्षेत्रों की मानसिक क्रिया उच्च कोटि की होती है जिसके कारण उनका ज्ञान अधिक स्थायी होता है और उसका क्षेत्र बढ़ जाता है।

### प्रयोग

छात्र गणित में सीखी हुई बातों का भिन्न भिन्न परिस्थितियों में प्रयोग कर लेते हैं और समस्याएं हल करने में आत्मनिर्भर हो जाते हैं तथा विश्लेषण संश्लेषण कर समस्या का हल ढूँढते हैं। विषयवस्तु का उपयोग ज्ञान और बोधात्मक ज्ञान पर आधारित होता है। प्रयोग द्वारा प्राप्त ज्ञान और अधिक गहराई तक ले जाता है। जब तक छात्र का ज्ञान व बोध नहीं होगी तब तक वह उस ज्ञान का ही प्रयोग नहीं कर सकता है।

प्रयोग - आने पर छात्रों के व्यवहार में परिवर्तन

- समस्या में क्या दिया है? ज्ञान और क्या ज्ञात करना है? अज्ञात को समझाते हैं और उसी के आधार पर प्रक्रिया की सही खोज करते हैं तो हम कह सकते हैं कि छात्रों में प्रयोग संबंधी व्यवहार में परिवर्तन आ गया है। जैसे अनेक प्रमेय दी होती हैं छात्र उन्हें पढ़ता और विश्लेषण करता है कि क्या क्या दिया ओर क्या ज्ञात करना है। तब कैसे ज्ञात किया जा सकता है। प्रक्रिया की तलाश करता है। प्रत्येक समस्या का हल इसी विधि से ही ढूँढा जाता है। पुस्तकों में प्रमेयों का हल इसी उपरोक्त प्रक्रिया पर आधारित है।
- उपयुक्त सर्वोत्तम विधि का प्रयोग अथवा चयन करते हैं अर्थात् विभिन्न समस्याओं को शुद्धता, शीघ्रता तथा क्रमबद्ध रूप से हल करने के लिए सर्वोत्तम सूत्रों व प्रक्रियाओं का चुनाव कर लेते हैं। एक समस्या को हल करने में विभिन्न उपयुक्त विधियों का प्रयोग कर लेते हैं। जैसे समीकरणों को हल करने की अनेक विधियां हैं परन्तु उनमें से छात्र सबसे बढ़िया विधि को छोड़ सकता है तो प्रयोग आ गया है इसी प्रकार एक ही समस्या को कई विधियों से हल करने की प्रक्रिया सुझाता है तो प्रयोग संबंधी व्यवहार में परिवर्तन आ गया है।
- परिणामों की पुष्टि करते हैं जैसे - समीकरणों को हल करते हैं और जो अज्ञात राशियों के मान आते हैं उन्हें पुनः समीकरणों में रखकर अपने उत्तर की पुष्टि कर लेते हैं। यह ज्ञात का शुद्ध प्रयोग है। इसी प्रकार अन्य समस्याओं के उत्तरों की जांच भी छात्र करने लगते हैं तो हम कह सकते हैं कि छात्रों में प्रयोग संबंधी व्यवहारिक परिवर्तन हो गया है।
- समस्याओं के सम्भावी उत्तर का निकटतम अनुमान लगा लेते हैं अर्थात् किसी समस्या का उत्तर लगभग कितना आयेगा इसका अनुमान पहले से ही लगा लेते हैं और तब समस्या का

शुद्ध हल ढूँढते हैं। जब छात्र ऐसा करने लगते हैं तो हम कह सकते हैं कि छात्रों में प्रयोग संबंधी व्यवहार में परिवर्तन आ गया है।

- v. समस्या में दिए गये आंकड़ों में आपस में संबंध स्थापित करते हैं। जैसे समीकरणों में पिता, पुत्र अथवा पत्नि की आयु संबंधी प्रश्न पूछे जाते हैं उनमें यह दिया होता है कि पिता की उम्र पुत्र की आयु की दुगुनी है आदि इन संबंधों को गणित की भाषा में व्यक्त कर संबंध स्थापित कर लेते हैं तो हम कह सकते हैं कि छात्रों के व्यवहार में परिवर्तन आ गया है।
- vi. छात्र समस्या में छिपे हुए आंकड़ों को मानसिक रूप से समझते हैं। जैसे समस्या दी जाती है छात्र उसे पढ़ते हैं क्या दिया है और क्या ज्ञात करना है और कैसे ज्ञात किया जायेगा यदि इन तीनों बातों से संबंध बना लेते हैं तो आंकड़े मानसिक रूप से छात्र समझ रहे हैं अन्यथा शिक्षक पर निर्भर रहते हैं।
- vii. एक स्थान पर सीखे हुए सूत्रों को अन्य स्थानों पर प्रयोग कर सकते हैं। जैसे अंगणित में सांख्यिकी के सूत्रों को सिखाया जाता है और उन्हीं सूत्रों की प्रयोग छात्र शिक्षा मनोविज्ञान की सांख्यिकी में समाजशास्त्र की सांख्यिकी में, अर्थशास्त्र की सांख्यिकी में प्रयोग करते हैं। यदि छात्र ऐसा शुद्ध व स्पष्ट कर लेते हैं तो उनके प्रयोग में व्यावहारिक परिवर्तन आ गया है। इसी प्रकार अन्य सूत्र ब्याज ज्ञान करना औश्र उसका बैंक, पोस्ट आफिस में प्रयोग, अन्य समाज के प्रतिष्ठानों में प्रयोग आदि आ जाता है।

इस प्रकार हम देखते हैं कि यह ज्ञान और बोध के बाद गहराई का ज्ञान होता है जिसे प्रयोग करते हैं और शिक्षा का अन्तिम उद्देश्य भी यही होता है कि छात्र सीखे हुए ज्ञान का प्रयोग करना आ जाता है।

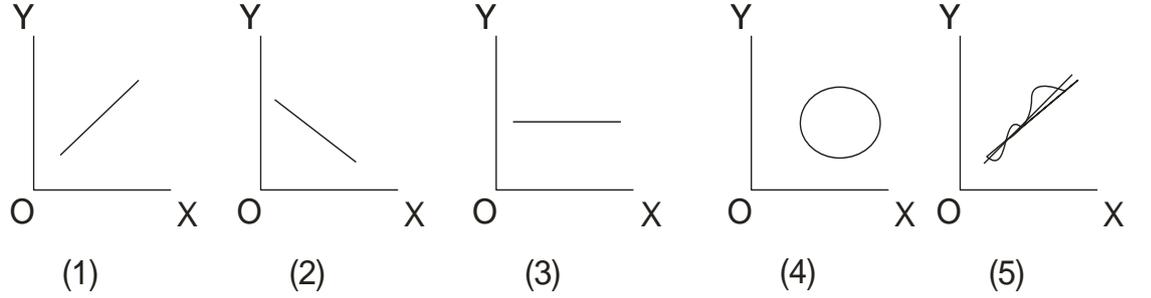
### दक्षता अथवा चातुर्य

तैयार तालिकाओं का प्रयोग, सुन्दर व स्पष्ट चित्र व रेखाचित्रों का बनाना तथा ग्राफ का बनाना व उनकी व्याख्या करना, शीघ्र व शुद्ध गणनाएं करना दक्षता में आता है।

दक्षता आने पर व्यवहार में परिवर्तन -

- i. विभिन्न प्रकार की गणनाओं के लिए उपयुक्त तैयार तालिकाओं का प्रयोग करते हैं और उनका शीघ्रता तथा शुद्धता से प्रयोग कर लेते हैं। जैसे गणित में संबंधित अनेक तैयार तालिकाएं होती हैं। जैसे लागर्थम टेबिल, डायरी में दिये भिन्न-भिन्न महीना के वेतन की एक दिन की गणना, ज्या, कोज्या, स्पर्श्या का टेबिल से कोणों का मान ज्ञात करना, वर्ग व वर्गमूल्य की तालिकाएं सांख्यिकी में टी टेस्ट, एफ-टेस्ट की तालिकाएं आदि इनका प्रयोग आना ही छात्रों के व्यवहार में परिवर्तन होता है।
- ii. विभिन्न तैयार तालिकाओं से संबंधित सिद्धान्तों की व्याख्या करते हैं अर्थात् उपरोक्त, पैर में जिन तैयार तालिकाओं का वर्णन है वे तैयार तालिकाएं किन सिद्धान्तों पर बनायी गयी हैं, क्या छात्र उन सिद्धान्तों के जानकर हैं? यदि है तो वास्तव में उनमें गणित संबंधी दक्षता में व्यवहारिक परिवर्तन हुए हैं।

- iii. ज्ञान विशिष्ट आंकड़ों से उपयुक्त रेखाचित्र की आकृतियां खींच सकते हैं। वे स्वच्छता, शीघ्रता तथा शीघ्रता तथा शुद्धता से आकर्षण व संतोषप्रद चित्र बना सकते हैं। अर्थात् रेखाचित्र में अनेक आकृतियों जैसे रेखा, कोण, त्रिभुज, चतुर्भुज आदि बनवायीं जाती है छोटी कक्षाओं से ही छात्रों में ऐसी आदतों का निर्माण किया जाय ताकि सुन्दर व स्पष्ट चित्र बना सकें। कभी कभी ऐसा देखा जाता है कि बालक रबर से कापी के पेज को रगड़ रहा है और मोटी पेन्सिल से चित्र बना रहा है भद्दा है, कुरूप है, छात्रों को ऐसी गंदी आदतों से दूर रखना चाहिए। अच्छी आदतों के आधार पर अच्छे चित्र बनाना ही दक्षता लाने का व्यावहारिक परिवर्तन होता है।
- iv. रेखाचित्र की विभिन्न नापों को पढ़ सकते हैं अर्थात् रेखा की लम्बाई शुद्ध रूप में नापना आता है चांदे से कोणों को शुद्ध रूप से कैसे नापा जाता है यह छात्रों को आती है त्रिभुज व चतुर्भुजों के विभिन्न अंग कोण व भुजाएं नापता आ गया है तो दक्षता रूपी प्राप्य उद्देश्य प्राप्त कर लिया है।
- v. रेखाचित्र द्वारा प्रकट किए गए तथ्यों के आपस के संबंधों को पहचान सकते हैं। जैसे जब स्पर्श रेखाएं दो वृत्तों पर बनायी जाती हैं तो उन्हें नापकर तथा उनकी पुष्टि गणना द्वारा भी की जा सकती है इस संबंध से परिचित हैं। इसी प्रकार वृत्त की त्रिज्या और व्यास के संबंध को जानते हैं। ऐसे ही रेखागणित में अनेक तथ्य है जिनके संबंधों को उचित जानकारी ही दक्षता प्राप्य उद्देश्यों की उपलब्धि है और इसी प्रकार की बातों में पारंगत होना दक्षता व्यवहार में परिवर्तन है।
- vi. मुख्य तथ्यों का पैमाना मानकर रेखागणितीय चित्रों द्वारा प्रदर्शित कर सकते हैं। जैसे फिल्ड बुक के खेतों का क्षेत्रफल निकालने में बड़े-बड़े खेतों के चित्र कापी के पन्नों पर उचित पैमाना मान कर खींचे जाते हैं छात्र यदि इस कला में निपुण हैं तो दक्षता प्राप्त कर ली है। ऐसे ही अनेक उदाहरण गणित में मौजूद हैं।
- vii. विभिन्न प्रकार के चित्रों को खींचने तथा मापन करने के लिए उपयुक्त यंत्रों का प्रयोग कर सकते हैं जैसे समान्तर रेखाओं को खींचने में सैट स्क्वायर का प्रयोग करते हैं अथवा पटरी परकार से ही बनाते हैं और पटरी से रेखाओं का शुद्ध मापन तथा चांद से कोणों का शुद्ध मापन आता है। यदि यह आता है तो दक्षता प्राप्त कर ली है।
- viii. त्रुटिपूर्ण यंत्रों में दोषों का पता लगाकर ठीक करके ही प्रयोग करते हैं। जैसे परकार की टांग ढीली है फिर भी बार बार प्रयोग करते हैं और मापन गलत हो जाता है इस प्रकार त्रुटि का पता लगाना और उसे ठीक कर प्रयोग करना ही दक्षता है। इसी प्रकार के यंत्र बर्नियर कैलीपर्स, स्क्रूगेज, स्फैरोमीटर तथा अन्य यंत्र है जिनमें कमियां हो सकती है कमी की ढूंढना और उसे ठीक करना तथा उसका शुद्धता से प्रयोग करना ही दक्षता में शामिल है।
- ix. रेखाचित्रों, मानचित्रों, ग्राफ तथा आकृतियों द्वारा प्रदर्शित, आंकड़ों की व्याख्या करके निष्कर्ष निकाल सकते हैं। जैसे ग्राफ में कई आकृतियां होती हैं, उनका जानना और व्याख्या करना चरों के घटने बढ़ने की प्रवृत्ति की जानकारी भी दक्षता में आता है जैसे –



- x. छात्र शुद्धता व शीघ्रता से मौखिक गणनाएं कर सकते हैं, जैसे गणित की समस्याओं को हल करने में पहाड़ों की आवश्यकता पड़ती है। छात्रों को यदि मौखिक याद है तो गणना शुद्ध व शीघ्र हो जायेगी। बहुत से छात्र कई अंकों का गुणा मौखिक बड़ी शीघ्रता से ज्ञात कर लेते हैं। इसका तात्पर्य है कि वे मौखिक गणना करने में दक्ष हो गये हैं।
- xi. विभिन्न संकेतों का शुद्धता से प्रयोग कर सकते हैं अर्थात् गणित को भाषा में लिखने की अपेक्षा संकेतों का प्रयोग आसानी से किया जा सकता है और छात्र उसे प्रयोग करते हैं जैसे कोण, त्रिभुज, वृत्त, चूँकि, इसलिए, प्रतिशत, आदि चिन्हों का प्रयोग शुद्ध तरीके से करना ही दक्षता प्राप्त करना है।
- xii. गणित की पत्र पत्रिकाओं की जानकारी करना तथा उनकी उपलब्धि के बारे में सोचना और प्राप्त करने का प्रयास जारी रखना, अपने विद्यालय में गणित से संबंधित उपयुक्त यंत्रों का चयन व एकत्रित करना ही दक्षता का प्राप्त करना है।

इस प्रकार दक्षता प्राप्य उद्देश्य छात्रों में उत्पन्न किया जा सकता है तथा इससे वे गणित क्षेत्र में चतुर छात्र बन सकते हैं।

### रूचि

दैनिक जीवन की विभिन्न घटनाओं में गणित की उपयोगिता एवं महत्व की अनुभूति करने की क्षमता छात्रों में उत्पन्न करते हैं। गणित के प्रति छात्रों में विभिन्न प्रकार की रूचियां जाग्रत होती है। वह जागृति कैसे उत्पन्न की जा सकती है।

रूचि उत्पन्न होने पर छात्रों के व्यवहार में परिवर्तन

- छात्र गणित में रूचि उत्पन्न होने से गणित की पुस्तकें अधिक खरीदते हैं। पाठ्यक्रम के बाहर की पुस्तकें खरीदते हैं।
- छात्र गणित संबंधी लेखों को पत्र-पत्रिकाओं में विशेष रूप से पढ़ते हैं।
- छात्रों की गणितज्ञों की जीवनियां पढ़ने में रूचि बढ़ने लगती है।

- iv. गणित में अधिक निपुण छात्रों से मित्रता के संबंध और उनसे विभिन्न समस्याओं पर विचार विमर्श करते हैं।
- v. गणित की समस्याओं को हल करने में अधिक प्रसन्नता का अनुभव करते हैं, उन्हें भार स्वरूप नहीं समझते हैं।
- vi. गणित की समस्या को हल करने में निरन्तर प्रयत्नशील रहते हैं। उसे पूरा करके ही मानते हैं, अधूरा नहीं छोड़ते।
- vii. गणित की समस्याओं को अपने गणित अध्यापक के पास, अपने विचारों में स्पष्टीकरण के लिए लाते हैं।
- viii. गणित का अधिक ज्ञान प्राप्त करने के लिए, अपनी पाठ्यपुस्तक के बाहर की समस्याओं को अपने गणित अध्यापक से पूछते हैं।
- ix. गणित की विभिन्न पहेलियों को पछते हैं तथा उनका निर्माण करते हैं।
- x. गणित के क्लबों की विभिन्न क्रियाओं में बड़ी रूचि से भाग लेते हैं।
- xi. गणित के विभिन्न सिद्धान्तों पर आधारित भिन्न-भिन्न प्रकार के नमूने, चार्ट, रेखाचित्र, मानचित्र ग्राफ आदि बनाते हैं।
- xii. गणित संबंधी चित्रों को संग्रह कर एलबम बनाते हैं।
- xiii. छात्र जीवन की विशिष्ट परिस्थितियों में गणित के विभिन्न संबंधों जैसे सुडौलपन तथा समानता आदि की उपयोगिता की अनुभूति करते हैं। कला बनाने में अथवा मकान बनाने में Symmetry and Similarity कैसे लायी जा सकती है।
- xiv. रेखा गणित के चित्रों से बहुत सुन्दर तथा आकर्षक डिजाइनें बनाते हैं।

जब छात्र उपरोक्त प्रकार का व्यवहार करने लगते हैं तो यह कहा जाता है कि छात्रों में रूचि उत्पन्न हो गयी है और प्रतिदिन के कार्यों में उनका व्यवहारिक परिवर्तन झलकने लगता है।

### दृष्टिकोण एवं प्रशंसा

छात्रों में वैज्ञानिक दृष्टिकोण का विकास होता है तथा अपनी विषयवस्तु, अध्यापक, मित्र तथा गणित विषय की प्रशंसा करते हैं।

दृष्टिकोण बदलने पर छात्रों के व्यवहार में परिवर्तन

- i. गणित में निपुण छात्रों व अध्यापकों की प्रशंसा करते हैं तथा उन्हें आदर्श भी मान लेते हैं।
- ii. गणित संबंधी व्यक्तियों तथा पाठ्यपुस्तकों से अपना संबंध बनाये रखते हैं, संबंधों को विच्छेद नहीं करते हैं।
- iii. निरीक्षण करते समय प्रत्येक बात पर बारीकी से ध्यान देते हैं।
- iv. निष्कर्ष निकालने से पहले समस्या के हल पर विभिन्न पहलुओं से विचार करते हैं।
- v. किसी प्रतिज्ञा पर प्रमेय को तर्क द्वारा सिद्ध किए बिना स्वीकार नहीं करते हैं।

- vi. अपने निरीक्षणों को बिना किसी तरमीम के ज्यों का त्यों प्रदर्शित करते हैं। जैसे परन्तु अच्छे छात्र ऐसा नहीं करते हैं। उनका जो उत्तर आता है उस पर वे दृढ़ विश्वास करते हैं और उत्तर माला के उत्तर की परवाह नहीं करते हैं।
- vii. दूसरों के विचारों को तर्क द्वारा समझने का प्रयत्न करते हैं।
- viii. अपनी त्रुटियों को बिना किसी हिचकिवाहट के स्वीकार करते हैं। गलत तथ्य 5 लिए गलत तर्क प्रस्तुत नहीं करते हैं।

### व्यक्तित्व

छात्र व्यक्तित्व के विभिन्न गुणों का विकास करते हैं जैसे - स्वच्छता, शुद्धता, शीघ्रता, दीर्घ, प्रयत्न, सूझ, यथार्थता, धैर्य, एकाग्रचितता, आत्मविश्वास, मौलिकता और साधन पूर्णता।

गणितमय व्यक्तित्व हो जाने पर छात्रों के व्यवहार में परिवर्तन -

- i. छात्र गणित की समस्याओं को इतना एकाग्रचित होकर हल करते हैं कि ब्राह्म वातावरण के प्रभाव और उत्तेजनाओं से उनका ध्यान विचलित नहीं होता है। रेडियो ट्रान्जिस्टर, वातावरण के प्रभाव और उत्तेजनाओं से उनका ध्यान विचलित नहीं होता है। रेडियो ट्रान्जिस्टर टी.वी., टेप, रेल की आवाज आदि की आवाजें उनकी एकाग्रता में बाधक नहीं हो सकते हैं।
- ii. अन्य व्यक्तियों के तर्क वितककों को ध्यान से सुनते हैं।
- iii. असफलताओं से हतोत्साहित नहीं होते हैं।
- iv. नवीन कार्यों में प्रसन्नता, साहस, निस्कोस भाव से करने में तत्पर हो जाते हैं।
- v. अपने दैनिक जीवन में वार्तालाप करते समय गणित के उदाहरण पेश करते रहते हैं।
- vi. उन्हें अपने विषय में इतना आत्मविश्वास हो जाता है कि अन्य विषयों की दलीलें स्वीकारते तो हैं परन्तु विषय गणित में मेल खाने पर।
- vii. अपनी बात मौलिक रूप से रखने का प्रयास करते हैं लकीर के फकीर नहीं बनते हैं।
- viii. अनुशासित, समय, पालक औ देश हित में सोचते हैं।

उपरोक्त प्रकार के छात्रों में व्यावहारिक परिवर्तन कर गणित द्वारा प्रदत्त उद्देश्यों की प्राप्ति की जा सकती है। जो गणित शिक्षण अथवा गणित अध्ययन का मुख्य मकसद है। वे उसी तरह के क्रिया कलाप करने लगते हैं जैसा उनके व्यावहारिक परिवर्तन के द्वारा विकसित किए गये हैं। उनका व्यक्तित्व गणितमय हो जाता है और उनके जीवन के प्रत्येक पहलू में गणित ही गणित दिखाई देता है।

## 1.6 गणित में न्यूनतम लागत अधिगम सामग्री निर्माण करने में विद्यालयों का सहभागित्व

### 1.6.1 गणित में न्यूनतम लागत सामग्री का निर्माण

गणित शिक्षक को कम मूल्य की स्व-निर्मित शिक्षण सामग्री का निर्माण करना चाहिए जिनका उपयोग गणित के विभिन्न अवधारणाओं, तथ्यों नियमों तथा गणित के कौशलों के उचित उपलब्धि हेतु काम में लाया जा सके। ऐसी बहुत सी बेकार समझी जाने वाली वस्तुएं घर से पडौस से तथा आस पास से उपलब्ध की जा सकती हैं जिनकी सहायता से गणित के शिक्षण अधिगमों में प्रयुक्त सामग्री तैयार की जा सके। विद्यार्थियों की सहायता से विभिन्न प्रकार की स्थूल वस्तुएं जैसे माचिस की तीलियाँ, कंकड पत्थर, डिब्बे अंटिया (काँच की), नदियों व पहाड़ों से विभिन्न प्रकार के छोटे पत्थर, ईंटें, गमले, खिलौने, गेंदे, बाक्स, छंडियाँ डिब्बे अनाज के दाने आदि को एकत्र किया जा सकता है। इन्हें गणित के विभिन्न तथ्यों नियमों गणित की संक्रियों को पढाने में सरलता हो जाती है। पुराने छातों के तारों पुरानी भजन मालाओं से एबेक्स का निर्माण किया जा सकता है। जो बालकों को गिनती, जोड़ बाकी, गुणा, भाग आदि सामान्य संक्रियों के शिक्षण में उपयोग सिद्ध होते हैं।

गणित को सहायक सामग्री निर्माण हेतु थर्मोकोल गत्ते के बाक्स लकड़ी के बाक्स इत्यादि का प्रयोग किया जा सकता है।

वृत्त, शंकू, बेलन, आयत फलको पिरामिड गोला त्रिमूज चतुर्भूज आदि को विभिन्न आकृतियाँ घर की बेकार पडी वस्तुओं से बनाई जा सकती है।

कॉनिक सेक्शन (Conic Section) वृत्त परवलय दीर्घवृत्त आदि गणित शिक्षण के लिए बनाये जा सकते हैं। मेट्रिक्स प्रायकिता समुच्चय सिद्धान्त के शिक्षण लिए ताश, पैसे, घन आदि का उपयोग किया जा सकता है। गणित की किसी पद्धति के गुणधर्मों जैसे क्रमविनिमेयता, साहचर्या, बंटन, तत्समक, विलोम तार्किक गणित के नियम आदि एवं फलन के परिचय के लिए

साधारण घर की वस्तुएं लेकर शिक्षण सामग्री तैयार कर सकते हैं। सामग्री निर्माण में उचित उपकरणों का उपयोग करना चाहिए जिससे अच्छी शिक्षण सामग्री निर्मित हो सके।

### अ) अंकगणित से संबंधित साहयक सामग्री

- i. गोलियां, गेंद, सिक्के
- ii. भिन्न की धारणा हेतु गत्ते के मोडल
- iii. नापने हेतु फीता, गज, फुट, मीटर आदि
- iv. तौलने हेतु विभिन्न बांट एवं तुला
- v. घड़ी एवं कैलेण्डर
- vi. दशमलव, सरल ब्याज, भिन्न आदि को स्पष्ट करने हेतु चार्ट
- vii. एबेक्स

### ख) बीजगणित से संबंधित सहायक सामग्री

- i. ऋणात्मक संख्याएं एवं उनके कार्य संबंधी चार्ट
- ii. स्मीकरणों की व्यवस्था के लिए पैसाने

- iii. बीजगणित सूत्रों का चार्ट
- iv. सूत्रों पर आधारित मोडल

### स) रेखागणित से संबंधित सहायक सामग्री

- i. ज्यामितीय उपकरण पैमाना, चांदा, पटरी, परकार, गुनिया सक्सटैट समतल मापक इत्यादि
- ii. ज्यामितीय प्रमेयों पर आधारित चार्ट एवं मोडल लघुगणक सारणी
- iii. शंकु, पिरामिड व गोला, त्रिपाश्र्व आदि के मोडल
- iv. ग्राफ बोर्ड एवं ग्राफ पेपर

### सहायक सामग्री के उपयोग के सिद्धान्त

- i. कक्षा में सहायक सामग्री का प्रयोग पाठ में आए कठिन एवं सूक्ष्म भागों को स्पष्ट करने के लिए ही करें।
- ii. अपने शिक्षण में जिस बिन्दु को स्पष्ट करने हेतु सहायक सामग्री का उपयोग करते समय शिक्षक को निम्नलिखित कुछ सिद्धान्तों का पालन करना चाहिए सहायक सामग्री में जिस बिन्दु को स्पष्ट करने हेतु सहायक सामग्री का उपयोग करना है, समय आने पर ही उसे मेज पर लाये। पहले से ही उसका कक्षा में दिखाई देते रहना, सहायक सामग्री के मूल्य को कम करता है। बिन्दु को स्पष्ट कर लेने के बाद ही उसे बच्चों के सामने से हटा दिया जाना चाहिए।
- iii. सहायक सामग्री को ऐसी जगह रखें जहां से सम्पूर्ण कक्षा उसको देख सकें और उससे संबंधित प्रश्नों का उत्तर उसे देखकर देने में समर्थ हो सकें।
- iv. कक्षा में सहायक सामग्री के प्रयोग से पहले प्रयोग का अभ्यास शिक्षक को कर लेना चाहिए।
- v. छोटी कक्षाओं में सहायक सामग्री का उपयोग अधिक करना चाहिए।
- vi. अधिक सहायक सामग्री का प्रयोग किसी एक ही पाठ में नहीं करना चाहिए वरना वह प्रदर्शनी-सी लगेगी। साथ ही प्रदर्शन करने व समेटने में अधिक समय नष्ट हो जायेगा। शिक्षक की सफलता उचित प्रयोग पर निर्भर करती है, न कि सामग्री की बहुलता पर।
- vii. सहायक सामग्री के प्रयोग के बाद उस पर बातचीत व प्रश्न इत्यादि अवश्य करने चाहिए।

### सहायक सामग्री का चयन

सहायक सामग्री का चयन करते समय शिक्षक को निम्नलिखित बातों पर ध्यान देना चाहिए -

- i. जो भी सहायक सामग्री दिखाई जाये, प्रयोग से पहले उसमें यह देख लेना चाहिए कि वह बात उसमें स्पष्ट हो रही है या नहीं, जिसे वह उसके माध्यम से बताना चाहता है।
- ii. सहायक सामग्री का आकार, लिखावट इत्यादि ऐसी हो जिसे कक्षा में अन्तिम बैंच पर बैठा छात्र भी कर सकें।
- iii. कक्षा में आसानी से रखा, लाया एवं ले जाया जा सके। उक्त दृष्टि से कोण से उपयुक्त सहायक सामग्री को ही प्रयोग में लाने के लिए चुना जाना चाहिए।

- iv. बहुत अधिक कीमती सहायक सामग्री का प्रदर्शन न किया जाये।
- v. सहायक सामग्री शुद्ध रूप को प्रदर्शित करने वाली हो। साथ ही वह आकर्षक भी हो।
- vi. सहायक सामग्री स्वयं में पूरी होनी चाहिए।
- vii. सहायक सामग्री छात्रों के मानसिक स्मरानुकूल होनी चाहिए।
- viii. ज्ञानात्मक उद्देश्यों की पूर्ति के लिए किसी भी प्रकार की सहायक सामग्री का प्रयोग, भावात्मक उद्देश्यों हेतु टीवी, चलचित्र, यात्रा का प्रयोग एवं क्रियात्मक उद्देश्यों हेतु टीवी, चलचित्र, प्रयोगशाला, यात्रा का प्रयोग एवं क्रियात्मक उद्देश्यों हेतु टीवी प्रतिमान एवं ज्यामितिय उपकरणों का प्रयोग सफलतापूर्वक किया जा सके।

### सहायक सामग्री के प्रकार

- i. ग्राफ संबंधित
  - क) पोस्टर
  - ख) ग्राफ बोर्ड
  - ग) मानचित्र
  - घ) फ्लेश
  - च) चित्र
- ii. श्रव्य सामग्री : क) टेप रिकार्डर ख) रेडिया
- iii. दृश्य सामग्री : क) फिल्म ख) स्लाइड्स ग) शिरोपरि प्रक्षेपी
- iv. तीन पक्षीय सामग्री : क) मोडल ख) वास्तविक वस्तुएं
- v. बोर्ड संबंधित : क) श्यामपट्ट ख) फ्लैट बोर्ड ग) बुलेटिन बोर्ड
- vi. यंत्र संबंधि : क) ज्यामिति बाक्स संबंधी यंत्र ख) नाप तोल संबंधी यंत्र ग) गणित संबंधी यंत्र तथा मशीन

### बीजगणितीय सर्वसमिकाओं हेतु न्यूनतम लागत सामग्री निर्माण

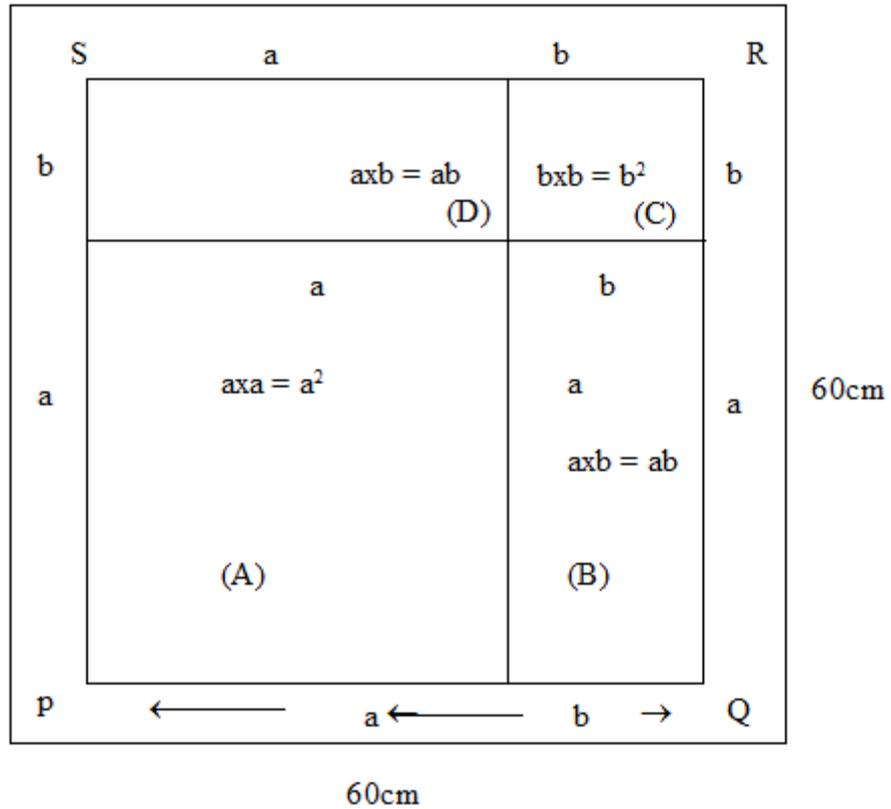
#### मॉडल - 1

- i. शीर्षक  $(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$  का सत्यापन करना।
- ii. उद्देश्य - दिये गए फॉर्मूले का ज्यामितीय सत्यापन करना।
- iii. पूर्वज्ञान - 1 वर्ग व आयत बनाना जानता हो 2 वर्ग व आयत के क्षेत्रफल ज्ञात कर सकता हो।

सामग्री जो आवश्यक है - 1 लकड़ी का पाटिया जिसकी मोटाई 2 सेमी हो। (60x60 cm<sup>2</sup>) 2 प्लाई जिसकी मोटाई 1 सेमी हो।

(1) 10x10 cm<sup>2</sup> (II) 40x40 cm<sup>2</sup> (III) 40x10 cm<sup>2</sup> (IV) कीलें - 4

- iv. चित्र



- v. क्रिया के लिए तैयारी एवं प्रदर्शन
- vi. 60x60 cm<sup>2</sup> की लकड़ी प्लाई में से 1 cm कुरेद देंगे फिर जो चार प्लाई ली है उन्हें a+b के वर्ग के रूप में जमा देंगे
  - a. वर्गाकार प्लाई पर वर्ग a+b का वर्ग इस प्रकार जमाया है कि इसके चारों भाग (a+b) भुजा के वर्ग का क्षेत्रफल अर्थात्  $(a+b)^2$  -----(1)
  - वर्गाकार आकृति के भाग A को कील से पकड़ बाहर निकालते हुए इस भाग A का आकार वर्ग है जिसकी भुजा a है  
अतः इसका क्षेत्रफल  $axa = a^2$  cm<sup>2</sup> .....(1)
  - वर्गाकार आकृति के दूसरे भाग B को कील से पकड़ कर बाहर निकालकर इस आयताकार भाग B का क्षेत्रफल  $axb = ab$  cm<sup>2</sup> -----(2)
  - वर्गाकार आकृति के तृतीय भाग C को कील से पकड़ कर बाहर निकालकर इस आयताकार भाग C का क्षेत्रफल  $bxb = b^2$  cm<sup>2</sup>-----(3)
  - वर्गाकार आकृति के चतुर्थ भाग D को कील से पकड़ कर बाहर निकालकर

इस आयताकार भाग D का क्षेत्रफल

$$axb = ab \text{ cm}^2 \text{-----}(4)$$

अब PQRS आकृति का कुल क्षेत्रफल चारों भागों A,B,C,D के क्षेत्रफलों के योग के बराबर होगा

अतः भाग A का क्षेत्रफल + भाग B का क्षेत्रफल + भाग C का क्षेत्रफल + भाग D का क्षेत्रफल

$$= a^2 + ab + b^2 + ab$$

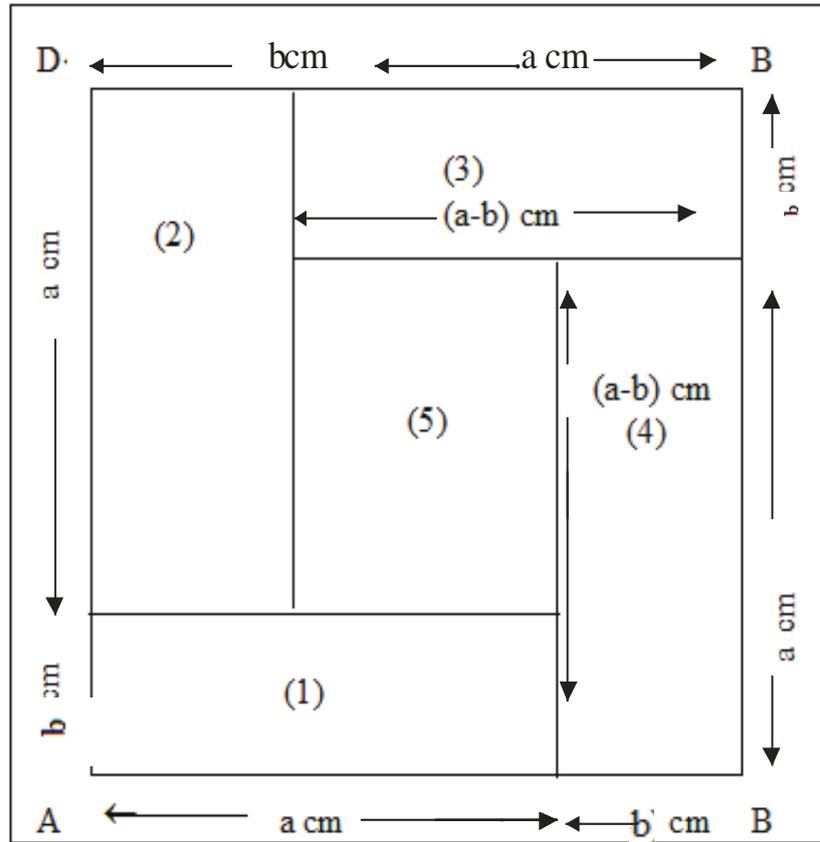
$$= a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2 \text{ का क्षेत्रफल}$$

चूंकि संपूर्ण आकृति PQRS का क्षेत्रफल इन चारों के योग के बराबर है।

$$\text{अतः } (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

### मॉडल - 2

1. सहायक सामग्री का नाम - प्लाई पर बने मॉडल की सहायता से  
(a+b)<sup>2</sup> – (a-b)<sup>2</sup> = 4ab सूत्र का सत्यापन करना
2. प्रकरण जिसके लिए प्रयुक्त कि जा सके  
(a+b)<sup>2</sup> – (a-b)<sup>2</sup> = 4ab का ज्यामितिय सत्यापन करना
3. मॉडल बनाने की सामग्री
  - a. [50cmx50cm] की प्लाई, मोटाई = 2 cm
  - b. [30cmx10cm] की 4 प्लाई, मोटाई = 1 cm
  - c. [20cmx20cm] की प्लाई, मोटाई = 1 cm
4. चित्र
5. मॉडल बनाने की विधि -
  - a. सर्वप्रथम हम [50cm x 50 cm ] की प्लाई लेगे जिसकी मोटाई 2 सेमी हो।
  - b. प्लाई के उपर हम एक [40cm x 40 cm] का वर्ग बनायेंगे जिसके आकृति एक ओर प्लाई उसके उपर लागायेगे।
  - c. इस ABCD वर्ग [40cm x 40cm] को हम पांच भागों में विभाजित करेगें जैसे -



- i.  $[a \text{ cm} \times b \text{ cm}]$  के चार भाग
  - ii.  $[(a-b) \text{ cm} \times (a-b) \text{ cm}]$  का एक भाग  
यहां  $a = 30 \text{ cm}$ ,  $b = 10 \text{ cm}$   
 $(a-b) \text{ cm} = 20 \text{ cm}$
6. कार्यप्रणाली - यह एक वर्गाकार प्लाई है जिसके उपर हमने एक और वर्ग को फिट किया है जिसको हमने पांच भागों में विभाजित किया है।
- a. सर्वप्रथम इस सम्पूर्ण वर्ग ABCD का क्षेत्रफल ज्ञात करते है जिसकी लम्बाई =  $(a+b) \text{ cm}$   
चौड़ाई =  $(a+b) \text{ cm}$   
अतः इस वर्गाकार आकृति का कुल क्षेत्रफल  
भुजा x भुजा  
=  $(a+b) \times (a+b)$   
=  $(a+b)^2 \text{ cm}^2$

- b. अब हम इस वर्गाकार आकृति के पांचों भागों का क्षेत्रफल निकालते हैं जिसमें से वर्गाकार आकृति ABCD के चार भाग 1, 2, 3, 4 सामन लम्बाई व समान चौड़ाई है।

जिसकी लम्बाई = a cm

चौड़ाई = b cm

अतः इन चारों आयतों का क्षेत्रफल 4 (लम्बाई x चौड़ाई) = 4 ab cm<sup>2</sup>

अब हम इस वर्ग ABCD का पांचवा भाग लेते हैं जो कि जो कि एक वर्ग जिसकी प्रत्येक भूजा का मान (a-b) सेमी है।

चूंकि इस ABCD वर्गाकार आकृति का क्षेत्रफल इन पांचों भागों के क्षेत्रफल के योग के बराबर होगा अतः

ABCD वर्ग का क्षेत्रफल = पांचों भागों का कुल क्षेत्रफल

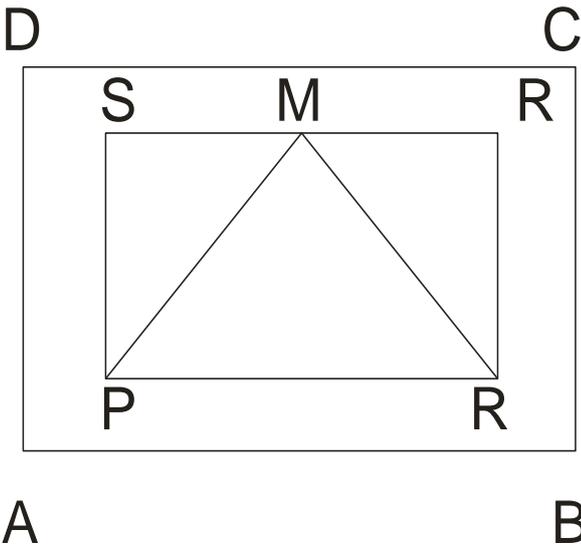
$$(a+b)^2 = 4ab + (a-b)^2$$

$$\text{या } (a+b)^2 - (a-b)^2 = 4ab$$

H.P.

### मॉडल 3

1. सहायक सामग्री - एक आयताकार उपकरण मॉडल जिसमें एक त्रिभुजाकार Ply लगाई जा सके।
2. प्रकरण - सिद्ध करना कि किसी त्रिभुज का क्षेत्रफल समान आकार ऊंचाई के आयत के क्षेत्रफल का आधा होता है।
3. बनाने हेतु सामग्री
  - a. एक बड़ी आयताकार Ply ABCD
  - b. एक छोटी आयताकार Ply PQRS
  - c. एक बड़ी त्रिभुजाकार Ply PQM
  - d. एक बड़ी त्रिभुजाकार Ply PSM and QRM



4. मॉडल बनाने की विधि

चित्रानुसार

- आयताकार Ply ABCD लेंगे।
- आयताकार Ply PQRS को व्यवस्थित करेंगे।
- त्रिभुजाकार Ply PQM को आयत PQRS पर
- खाली स्थानों पर PSM और QRM लगाएंगे।

इस प्रकार पांच भागों से हमारा मॉडल तैयार हो जायेगा।

5. विश्लेषण - प्रकरण सिद्ध करने हेतु हमें त्रिभुज PQM का क्षेत्रफल अन्य दो त्रिभुजों PSM व QRM के क्षेत्रफल के योग के बराबर सिद्ध करना होगा।

6. कार्य प्रणाली

- त्रिभुज PQM का क्षेत्रफल =  $xPQ \times QR$
- आयत PQRS का क्षेत्रफल
 
$$= \text{त्रिभुज PQM} + \text{त्रिभुज PSM} + \text{त्रिभुज QRM}$$

$$= \text{त्रिभुज PQM} + SM \times SP + xRm \times RQ$$

$$= \text{त्रिभुज PQM} + SM \times RQ + xRm \times RQ$$

$$= \text{त्रिभुज PQM} + RQ [SM + RM]$$

$$= \text{त्रिभुज PQM} + QR [SR]$$

$$= \text{त्रिभुज PQM} + QR \times PQ$$

$$= \text{त्रिभुज PQM} + \text{त्रिभुज PQM}$$

अतः आयत PQRS का क्षेत्रफल

$$= 2 (\text{त्रिभुज PQM का क्षेत्रफल})$$

अतः त्रिभुज PQM का क्षेत्रफल

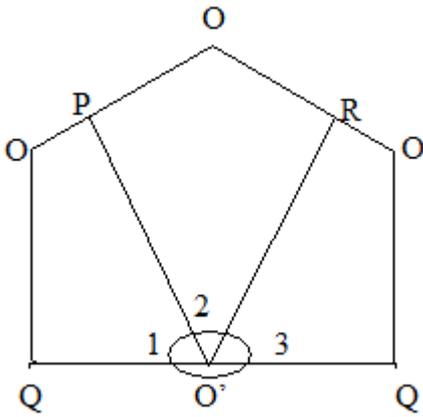
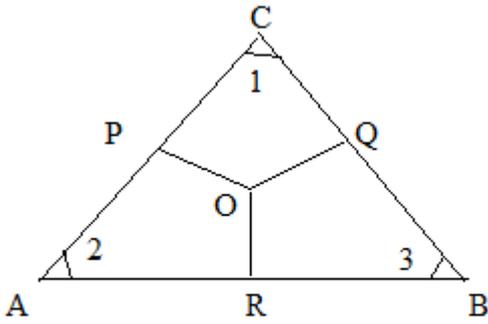
$$= x \text{ आयत PQRS का क्षेत्रफल}$$

हमें यही सिद्ध करना था।

#### मॉडल 4

- सहायक सामग्री का नाम - एक थर्माकोल शीट जिस पर त्रिभुजाकार आकृति बनी हुई है।
- प्रकरण - त्रिभुज के तीनों अन्तःकोणों का योग 180 डिग्री होता है।
- बनाने हेतु सामग्री
  - थर्माकोल की बड़ी आयताकार शीट
  - थर्माकोल का एक त्रिभुज

- c. इस त्रिभुज के तीन विभाजित भाग (थर्माकोल के)
4. मॉडल बनाने की विधि
- सर्वप्रथम थर्माकोल की एक बड़ी आयताकार शीट लेते हैं।
  - थर्माकोल से बना एक त्रिभुज ABC थर्माकोल की बड़ी शीट पर लगाते हैं तथा इस त्रिभुज के तीनों कोणों के मान क्रमशः 1, 2 तथा 3 होते हैं।
  - त्रिभुज ABC के तीन विभाजित भाग a) OPCQ (b) OQAR (c) ORBQ लेते हैं, इन्हें थर्माकोल की एक सरल पट्टी के ऊपर चित्रानुसार लगाते हैं।



5. कार्यप्रणाली - उपर्युक्त प्रमेय को सिद्ध करने के लिए सर्वप्रथम छात्रों को हम त्रिभुत व अन्तःकोण से पहचान करायेगे तथा बतायेगे कि त्रिभुत तीन भुजाओं से बनी बन्द आकृति होती है। जिसमें तीन अन्तःकोण होते हैं। तथा अन्तःकोण किसी भी बन्द आकृति के अन्दर स्थित कोण को कहते हैं। अब हम छात्रों को प्रत्सास्मरण करायेगे कि एक सरल रेखा पर स्थित किसी बिन्दु पर बनने वाले कोण का मान 180 डिग्री होता है।

इसके लिए हम थर्माकोल की एक सरल पट्टी लेते हैं जिसका मध्य बिन्दु O होता है। अब हम छात्रों को बताएँगे कि हमारे पास त्रिभुज ABC है तथा त्रिभुज ABC के तीन कोण 1, 2 व 3 हैं।

अब हम त्रिभुज ABC को तीन भागों में विभाजित करते हैं जो कि क्रमशः a) OPCQ (b) OPAR (c) ORBQ है।

अब हम इन तीनों भागों को चित्रानुसार थर्माकोल की सरल रेखा पर व्यवस्थित करते हैं। इस प्रकार हम देखते हैं कि -

$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$$

त्रिभुज के तीनों कोणों का योग = 180°

अतः सिद्ध होता है कि त्रिभुज के तीनों अन्तः कोणों का योग 180° होता है।

## 1.7 गणित की शिक्षण सामग्री का मूल्यांकन

गणित की शिक्षण सामग्री का मूल्यांकन निम्नांकित बिन्दुओं के आधार पर किया जा सकता है।

- i. गणित की शिक्षण सामग्री के किसी प्रकरण के लिए उपयोगी होना चाहिए।
- ii. कक्षानुसार विषय के स्पष्टीकरण में सहायक होनी चाहिए।
- iii. शिक्षण सामग्री स्वच्छ एवं उसका कक्षानुसार होना चाहिए।
- iv. शिक्षण सामग्री सस्ती तथा स्व-निर्मित होनी चाहिए।
- v. शिक्षण सामग्री के भागों के नाम स्पष्ट रूप से लिखे होने चाहिए।
- vi. गणित सामग्री के भागों का अनुपात समुचित एवं यथार्थिक होना चाहिए।
- vii. लिखाई व आकार ऐसा होना चाहिए जिससे पीछे बैठे विद्यार्थियों को स्पष्ट दिखाई दे सके।
- viii. गणित शिक्षण सामग्री का मॉडल क्रियात्मक हो तो सर्वोत्तम है।
- ix. गणित को शिक्षण सामग्री सुदृढ़ होनी चाहिए जिससे अध्यापक आसानी से विषय वस्तु प्रस्तुतिकरण में उपयोग कर सके।
- x. दीर्घायु होनी चाहिए जिससे उसका उपयोग कई वर्ष के लिए गणित अध्यापक द्वारा किया जा सके।
- xi. गणित की शिक्षण सामग्री आकर्षक, रंगीन एवं सौन्दर्य बोधक होनी चाहिए।

## 1.8 सारांश

प्रस्तुत अध्याय में गणित शिक्षण में शिक्षण सामग्री के महत्व का वर्णन किया गया है। शिक्षण सामग्री के प्रकार तथा प्रमुख शिक्षण सामग्री जैसे कम्प्यूटर्स, चॉक बोर्ड, रेडियो व दूरदर्शन, फ्लेनलबोर्ड, फिल्मस स्ट्रिप, चार्ट तथा मॉडल के सम्बन्ध में बनाया गया है कि वे गणित शिक्षण में उपयोग किये

जाते हैं। गणित शिक्षण सहायक सामग्री के उपयोग रोचक एवं सरल बन जाता है। गणित का संग्रहालय तथा प्रयोगशाला आधुनिक गणित के लिए अत्यन्त आवश्यक हो गया है।

## 1.9 संदर्भ ग्रंथ सूची

1. K.S. Sldhu : The Teaching of Mathematics, Sterling Publishing Private Ltd. New Delhi
2. Soran Singh : Mathematics Teaching, Sahitya Prakashan Agara
3. Rawat & Agarwal : गणित शिक्षण अग्रवाल पब्लिकेशन आगरा
4. संतसगी एवं दयाल : गणित अध्यापन, विनोद पुस्तक मन्दिर, आगरा
5. Shallni Wadhwa : Modern Methods of Teaching mathematics, Sarup & Sons, New Delhi
6. Report of the position paper of Maths focus group NCF, 2005, NCERT Publication 2006

## 1.10 निबंधात्मक प्रश्न

1. अनुदेशात्मक उद्देश्य किसे कहते हैं?
2. अधिगम अनुभव को उदाहरण से समझाइये?
3. गणित का उदाहरण लेकर ज्ञान अनुदेशात्मक उद्देश्यों के दो उद्देश्य लिखिए।
4. गणित शिक्षण के अनुदेशनात्मक उद्देश्यों का वर्गीकरण दीजिए।
5. गणित में न्यूनतम लागत की सामग्री का निर्माण आप कैसे करेंगे।
6. बीजगणितीय सर्वसमिकाओं के शिक्षण हेतु स्वनिर्मित सामग्री का निर्माण आप कैसे करेंगे वर्णन कीजिए।
7. कक्षा 9 से 12 तक के गणित शिक्षण हेतु विषय वस्तु का चयन आप किस प्रकार करेंगे।
8. गणित की शिक्षण सामग्री का मूल्यांकन आप कैसे करेंगे।

## इकाई 2 - गणित में शिक्षण और अधिगम की योजना

### Planning Teaching and Learning in Mathematics

- 2.1 प्रस्तावना
- 2.2 उद्देश्य
- 2.3 गणित में योजना
- 2.4 गणित में इकाई योजना
  - 2.4.1 गणित में इकाई योजना का अर्थ
  - 2.4.2 इकाई योजना का प्रारूप
  - 2.4.3 इकाई योजना का लाभ
  - 2.4.4 गणित इकाई योजना का उदाहरण
- 2.5 गणित में पाठ योजना का अर्थ
- 2.6 पाठ योजना के उपागम
- 2.7 पाठ योजना का महत्व
- 2.8 गणित पाठ योजना के मूलभूत तत्व
  - 2.8.1 गणित पाठ योजना प्रारूप
- 2.9 गणित शिक्षक के लिए पाठ योजना की उपयोगिता
- 2.10 ज्यामिति अंकगणित, बीजगणित, निर्देशांक ज्यामिति मेन्यूरेशन से गणित की पाठयोजना
  - 2.10.1 ज्यामिति (मेन्यूरेशन) प्रकरण से पाठ योजना
  - 2.10.2 बीजगणित प्रकरण से पाठ योजना
- 2.11 गणित प्रयोगशाला
- 2.12 गणित में शिक्षण अधिगम सामग्री
- 2.13 निबंधात्मक प्रश्न
- 2.14 संदर्भ ग्रंथ सूची

### 2.1 प्रस्तावना

शिक्षा जीवन पर्यन्त चलने वाली प्रक्रिया है जिसमें छात्र व शिक्षक दोनों संलग्न रहते हैं। पाठ्यक्रम इन दोनों को जोड़ने वाली साधन प्रक्रिया है। पाठ्यक्रम अध्यापकों को तैयार कर छात्रों तक पहुंचाना पड़ता है। यह कार्य शिक्षक की भूमिका के अन्तर्गत आता है। छात्र इस पाठ्यक्रम को ग्रहण कर अपने

जीवन में अमल कर अपने व्यक्तित्व का निर्माण करते हैं ताकि वे एक अच्छे नागरिक बन सकें, जो समाज व देश के लिए उपयोगी सिद्ध हो सकें।

इस प्रक्रिया में अध्यापक का महत्व सर्वोपरि होता है क्योंकि उसे सभी बिन्दुओं की जानकारी पूर्ववत् होती है कि मुझे किन उद्देश्यों की प्राप्ति छात्रों से करानी है? क्या पढ़ाना है? कैसे पढ़ाना है? कौन - कौन सी युक्तियों का इस्तेमाल करना है? कौन -कौन सी सहायक सामग्री का प्रयोग करना है? पाठ को कैसे तैयार करना है? आदि।

अध्यापक सब कुछ जानते हुए भी यदि पाठ को अव्यवस्थित ढंग से छात्रों के समक्ष कक्षा में प्रस्तुत करता है तो छात्र ऐसे ज्ञान को अर्जित करने में सक्षम नहीं हो पाते हैं।

इसलिए अध्यापक का कर्तव्य है कि प्रत्येक पाठ को पूर्ववत् तैयार करके कक्षा में प्रवेश करें। सभी प्रकार से आवश्यक सामग्री तथा विधियों, प्रविधियों, युक्तियों आदि का ध्यान रखकर पाठ को व्यवस्थित ढंग से संगठित कर छात्रों के समक्ष प्रस्तुत करेगा तो इस प्रकार छात्रों को दिया ज्ञान व्यवस्थित ढंग से छात्रों के मस्तिष्क तक पहुंचेगा तथा वे उसे एक लम्बे समय तक याद रख सकेंगे और उस ज्ञान को आवश्यकता पड़ने पर अपने जीवन में प्रयोग कर सकते हैं। इतना ही नहीं बल्कि छात्र, अध्यापक दोनों की प्रत्येक दृष्टि से लाभान्वित होंगे।

इसलिए प्रशिक्षण के समय छात्र अध्यापकों को पाठ योजनाएँ निर्मित कराकर उनका अभ्यास कराया जाता है और यह प्रयास किया जाता है कि विषय की प्रकृति के अनुसार पाठ्य अभ्यास कराया जाता है और यह प्रयास किया जाता है कि विषय की प्रकृति के अनुसार पाठ्य योजनाएं व्यवस्थित तथा सुगठित ढंग से तैयार करवाकर उन्हें पर्याप्त मात्रा में अभ्यास कराया जाए ताकि अच्छे अध्यापक बन सकें।

## 2.2 उद्देश्य

इस इकाई के अध्ययन के पश्चात आप -

1. गणित में योजना का अर्थ समझ सकेंगे।
2. गणित में इकाई योजना का अर्थ, प्रारूप एवं लाभ समझ सकेंगे।
3. गणित में इकाई योजना का उदाहरण समझ कर स्वयं इकाई योजना बता सकेंगे।
4. गणित में पाठ योजना का अर्थ, महत्त्व समझ सकेंगे।
5. पाठ योजना के विभिन्न उपागमों की जानकारी प्राप्त हो सकेगी।
6. गणित में पाठ योजना के मूलभूत तत्वों की जानकारी प्राप्त हो सकेगी।
7. गणित पाठ योजना के प्रारूप का समझ सकेंगे।
8. बीजगणित, ज्यामिति, निर्देशांक ज्यामिति इत्यादि प्रकरणों पर पाठ योजना का निर्माण कर सकेंगे।

9. गणित प्रयोगशाला के बारे में जानकारी प्राप्त कर सकेंगे।
10. गणित शिक्षण में शिक्षण अधिगम सामग्री के बारे में जानकारी प्राप्त कर सकेंगे।

## 2.3 गणित में योजना

किसी भी कार्य को सफलतापूर्वक पूरा करने के लिए उसकी योजना बनाई जाती है जिसे नील पत्र या कार्य योजना 'Plan of Action' कहते हैं। गणित शिक्षण में भी विषय वस्तु का संगठन, उसकी क्रमबद्धता, उसके लिए अधिगम-अनुभव आदि के बारे में विचार करके एक वृहत योजना निर्धारित कर ली जाती है तथा योजना के मूल्यांकन हेतु परीक्षणों को भी सम्मिलित कर लिया जाता है। कार्य योजना तैयार करने से मानव तथा भौतिक संसाधनों के सदुपयोग के साथ-साथ समय का भी उपयोग अधिकतम

उपलब्धि के लिए होता है। अध्यापन कार्य में सुविधा एवं सरलता आ जाती है।

योजना के स्तर

गणित शिक्षक निर्धारित पाठ्यक्रम को आधार मानकर निम्नलिखित योजना बना सकता है।

- a. वार्षिक सत्रीय योजना
- b. मासिक योजना
- c. साप्ताहिक योजना
- d. दैनिक योजना

### गणित में सत्रीय या वार्षिक इकाई योजना

शिक्षक कक्षा में अनुदेशन प्रारम्भ करने से पहले, बोर्ड या शिक्षा विभाग द्वारा निर्धारित पाठ्यवस्तु, शिक्षण सामग्री आदि का अध्ययन कर अपने अध्यापन की वार्षिक योजना बनाता है, इसी में पाठ्यवस्तु योजना होती है जिसमें इकाईयां तथा पाठ सम्मिलित किये जाते हैं।

गणित में सत्रीय/वार्षिक योजना के विकास के समय निम्नलिखित बिन्दुओं को ध्यान रखना उचित होगा :-

- i. पाठ्य वस्तु के उद्देश्यों को लिखना
- ii. पाठ्य वस्तु की इकाईयों को लिखना
- iii. इकाईयों का प्रतिदिन पाठ के लिए विभाजन करना
- iv. पाठ्य वस्तु के मूल्यांकन हेतु प्रावधान रखना
- v. शिक्षण सत्र में शिक्षण अधिगम हेतु मिलने वाले कार्य दिवसों को लिखना।
- vi. पूरे वर्ष में गणित के शिक्षण हेतु मिलने वाले कुल कॉलांषों को लिखना।
- vii. उद्देश्यों की पूर्ति तथा गणित पाठ्यक्रम को पूरा करने की दृष्टि से अधिगम अनुभवों (Learning Experiences) की प्रकृति एवं विस्तार को लिखना।

- viii. गणित पाठ्यक्रम को पूरा करने तथा गणित शिक्षण को गुणवत्ता हेतु उपलब्ध संसाधनों, सामग्री एवं परिस्थितियों का विश्लेषण करना। यदि गणित शिक्षण की वार्षिक योजना सोच-समझकर निर्मित की जाती है तो गणित पाठ्यक्रम समय पर गुणवत्ता के साथ पूरा किया जा सकता है।

## 2.4 गणित में इकाई योजना

गणित शिक्षक सम्पूर्ण पाठ्य वस्तु को शिक्षण इकाइयों में विभोजितकर लेता है। उन्हीं इकाइयों में दैनिक पाठ के लिए प्रकरणों का चयन क्रमबद्धता के साथ करता है।

### 2.4.1 इकाई योजना की परिभाषा

इकाई पाठ योजना किसी अमुक प्रकरण से सम्बन्धित अनुदेशन को संगठित करने की विधा है। इकाई योजना किसी चयनित प्रकरण पर दो तीन सप्ताह के लिए चलने वाली अन्तः सम्बन्धित पाठ योजनाओं की रूप रेखा है। इकाई का अर्थ एक प्रयोजना या एक मूल समस्या के आस-पास संगठित इन विभिन्न क्रिया कलापों, अनुभवों तथा अधिगम सामग्री से है। जिसे शिक्षक के नेतृत्व में विद्यार्थियों के एक समूह विशेष के सहयोग द्वारा प्रकाश में लाया जाता है। एक इकाई में अर्थयुक्त, परस्पर संबंधित पूर्ण विषय वस्तु, अधिगम अनुभवों निरन्तरता तथा विस्तृतता का समावेश होते हैं जो निर्धारित पाठ्यक्रम को अपने आप में सभी तरह से पूर्ण इस भागांश को प्रदर्शित करती है।

गणित में इकाई योजना से अभिप्राय एक ऐसी कार्य-योजना से है जिसको किसी एक विशेष इकाई में शामिल विषय-वस्तु और अधिगम आयोजन के शिक्षण-अधिगम (teaching-learning) के लिए निर्मित किया जाता है। इस प्रकार के शिक्षण अधिगम के आयोजन हेतु इन सभी विषयों एवं तकनीकों का विवरण दिया जाता है जिनसे इकाई से संबंधित शिक्षण अधिगम उद्देश्यों की पूर्ति अच्छी प्रकार से उपलब्ध हो सके।

उदाहरण : विषय-श्रेणी

- उपविषय 1. समानान्तर श्रेणी तथा उसके पद  
उपविषय 2. समानान्तर श्रेणी का योगफल  
उपविषय 3. गुणोत्तर श्रेणी तथा उसके पद  
उपविषय 4. गुणोत्तर श्रेणी का योगफल  
उपविषय 5. हरात्मक श्रेणी का योगफल  
उपविषय 6. अभ्यास कार्य (Drill)

किसी इकाई योजना की संरचना बहुत उच्च कोटि की होती है। प्रत्येक इकाई में कई घटक होते हैं, हर घटक में कई सम्बन्धित प्रत्यय होते हैं, जिनका संगठन इस प्रकार से व्यवस्थित किया जाता है कि शिक्षण यथासम्भव प्रभावशाली एवं उद्देश्यपूर्ण हो सके।

एक इकाई योजना के आधारभूत घटक निम्न है :-

- i. शीर्षक एवं संक्षिप्त रूपरेखा
- ii. इकाई के उद्देश्य
- iii. विषय वस्तु का विश्लेषण
- iv. शिक्षण सामग्री
- v. प्रारंभिक क्रियायें
- vi. शिक्षण प्रक्रिया
- vii. मूल्यांकन
- viii. गृहकार्य

उपरोक्त बिन्दुओं की विवेचना -

- i. इकाई का सार शीर्षक में प्रतिबिम्बित होता है। इसके साथ ही उस इकाई की संक्षिप्त रूपरेखा दी जाती है।
- ii. इकाई उद्देश्य विस्तृत होते हैं तथा अपेक्षित व्यावहारगत परिवर्तन को प्रदर्शित करते हैं।
- iii. विषय वस्तु की रूपरेखा अथवा शिक्षण बिन्दुओं का विश्लेषण किया जाता है, जैसे विषय वस्तु में जो भी नियम, प्रत्यय (concept), सिद्धान्त, तथ्य यदि हो तो उन्हें विस्तार से लिखा जाता है।
- iv. विस्तार से शिक्षण सामग्री का वर्णन दिया जाता है।
- v. प्रत्येक इकाई में प्रस्तावना तथा उन क्रियाओं का उल्लेख किया जाता है, जिससे इकाई को प्रारम्भ किया जाता है।
- vi. शिक्षण प्रक्रिया इकाई पाठ योजना का प्रमुख यंत्र है अतः निम्न बिन्दुओं को ध्यान में रखकर शिक्षण प्रक्रिया का चुनाव किया जाता है शिक्षण प्रक्रिया:-
  - a. पूर्व प्रासंगिक अधिगम पर आधारित हो (Previous relevant learning back ground) होनी चाहिए।
  - b. उद्देश्यों की प्राप्ति में सहायक हो।
  - c. विद्यार्थी अधिक से अधिक क्रियाशील हो।
  - d. शिक्षण सामग्री उपलब्ध ही नहीं, उपयोगी भी हो।
  - e. शिक्षण तथा अधिगम की सार्थकता मूल्यांकन से ज्ञात की जा सकती है। इसलिए इकाई योजना में मूल्यांकन का प्रावधान भी होना चाहिए।

- f. अभ्यास के लिए छात्रों को देने वाले गृहकार्य का उल्लेख होना चाहिए।  
g. इकाई निर्धारित विषय वस्तु को पुरा करती हो।

### 2.4.2 इकाई योजना का प्रारूप

विषय	इकाई
पूर्व प्रासंगिक अधिगम (Previous relevant learning)	कालांशों की कुल संख्या
(1) .....	
(2) .....	
(3) .....	
i. विषय वस्तु का विश्लेषण	
ii. शैक्षिक उद्देश्य, तथा विशिष्ट उद्देश्य	
iii. शिक्षण प्रक्रिया	
iv. शिक्षण सामग्री	
v. मूल्यांकन	
vi. गृहकार्य	

(इसका एक उदाहरण आगे दिया जा रहा है)

### 2.4.3 इकाई योजना के लाभ

- i. इकाई पाठ योजना में, पाठ योजना का निर्माण करना सरल हो जाता है।
- ii. इससे विषय को क्रमबद्ध प्रस्तुत करने में सहायता मिलती है।
- iii. अध्यापक विषय वस्तु की पूर्ण तैयार कर सकता है।
- iv. इससे उपयुक्त शिक्षण प्रक्रिया का चयन किया जा सकता है।
- v. योजना से शिक्षण सामग्री को तैयार करने व संकलन करने में सुविधा होती है।
- vi. शिक्षण उद्देश्य पूर्ण होता है।
- vii. छात्रों के व्यवहारगत परिवर्तन पर अधिक ध्यान दिया जा सकता है।
- viii. शिक्षक एवं छात्र दोनों ही पूर्णतः सक्रिय रहते हैं।
- ix. आवश्यक संसाधनों का पूर्व नियोजन शिक्षण-अधिगम प्रक्रिया की रोचक एवं प्रभावपूर्ण बना देता है।

### 2.4.4 गणित इकाई योजना का उदाहरण

इकाई-वृत्त

कक्षा-8

विषय :- रेखा गणित

कुल कालांश-8

पूर्व प्रासंगिक अधिगम (Previous relevant learning) :- कोणो के प्रकार, त्रिभुज के प्रकार, बहुभुज तथा सम्बन्धित प्रमेय समय-4 घंटे

- छात्र वृत्त को परिभाषाओं का स्मरण कर सकते हैं।
- छेदन व स्पर्श रेखा में अंतर कर सकते हैं।
- प्रयोगिक विधि से सिद्ध कर सकते हैं कि बाह्य किसी बिन्दु से खींची गयी स्पर्श रेखाएं लम्बाई में बराबर होती हैं।
- स्पर्श रेखा पर आधारित सरल समस्याएं हल कर सकते हैं।
- विद्यार्थी तार्किक शक्ति का विकास कर सकेंगे।

किसी कार्य को क्रमबद्ध एवं सरलापूर्वक करते हुए निर्धारित उद्देश्य अथवा लक्ष्य के प्राप्त करने के साधन को योजना कहते हैं। योजनाबद्ध ढंग से कास्य करना सुविधाजनक तथा सरल हो जाता है। योजना के कार्य करने पर उस कार्य की अनुमानित रूपरेखा के संबंध में मार्गदर्शन प्राप्त होता है। इसलिए शिक्षण एवं प्रशिक्षण सोद्देश्य बनाने के लिए योजनाबद्ध कार्य करना आवश्यक ही नहीं महत्वपूर्ण है। गणित शिक्षण में योजनानुसार कार्य करने से गणित के ज्ञान को सरल प्रभावशाली तथा अधिक सार्थक बनाया जा सकता है।

पाठ योजना का उद्भव रोस्टाल्ट मनोविज्ञान में हुआ है। पाठ योजना का अर्थ प्रकट करते हुए आई.के. डेविस ने कहा कि “शिक्षण व्यवस्था के सभी पहलुओं के व्यावहारिक रूप का लेखा जोखा ही पाठ योजना कहलाती है। कक्षा में शिक्षण का कार्य करने से पूर्व यह बनायी जाती है। पाठ योजना की परिभाषा व्यक्त करते हुए बाइनिंग एवं बाइनिंग ने कहा है, दैनिक पाठ योजना की रचना में व्यावहारिक उद्देश्यों को परिभाषित करना, पाठ्य - वस्तु को चुनना तथा उसे क्रमबद्ध विधि से व्यवस्थित करना और प्रस्तुतीकरण की विधियों, तकनीकों तथा प्रक्रियाओं का निर्धारण करना है।”

## 2.6 पाठ योजना के उपागम

पाठ योजना निर्माण के प्रमुख उपागम निम्नलिखित हैं -

- हरबर्टियन उपागम** - हरबर्ट पाठ योजना निर्माण का प्रारूप देने के लिए विश्व का ऋणी है। इसके अनुसार यदि छात्रों को पूर्व ज्ञान को आधार मानकर नवीन ज्ञान से परिचित कराया जाये तो अधिगम सरल एवं शीघ्र होगा। अधिगम की परिस्थितियों में प्रत्येक इकाई को प्रस्तुत करने का ढंग तर्कपूर्ण होना चाहिए तथा उन्हें कम में ही रखना चाहिए। हरबर्ट ने इसके लिए पांच पदों की रचना की है, जो इस प्रकार हैं - 1. प्रस्तावना 2 प्रस्तुतीकरण 3 व्यवस्था 4 तुलना 5 मूल्यांकन

पाठ्य वस्तु की संरचना उपयुक्त पदों में ही व्यवस्थित की जाती है। अधिकांश शिक्षण-प्रशिक्षण संस्थाओं में इसी उपागम से पाठ योजनाएं तैयार करायी जाती हैं। इसके आधार पर स्मृति के शिक्षण की व्यवस्था हो जाती है।

- ii. **अमेरिकन उपागम** - इस उपागम में शिक्षण अधिगम के उद्देश्यों को प्राथमिकता दी जाती है। अधिगम परिस्थितियां इस प्रकार व्यवस्थित की जाती हैं। जिनमें शिक्षक तथा छात्रों की समस्त क्रियाएं उद्देश्य प्राप्ति के लिए होती हैं। ये अधिगम परिस्थितियां शिक्षक ही उत्पन्न करता है तथा उद्देश्यों की प्राप्ति हेतु मूल्यांकन के अन्तर्गत प्रमाणीकृत परीक्षाओं का प्रयोग किया जाता है।
- iii. **भारतीय उपागम** - वी.एस.ब्लूम द्वारा प्रतिपादित शिक्षा जगत को एक नया उपागम प्राप्त हुआ है। जिसका नाम है - मूल्यांकन उपागम। मूल्यांकन उपागम से तात्पर्य है कि छात्रों के व्यवहार में जो अपेक्षित परिवर्तन होता है। उसके लिए साक्ष्यों को एकत्रित करना तथा उन सभी की समुचित व्याख्या करने की प्रक्रिया से है। इससे समस्त क्रियाएं उद्देश्य केन्द्रित होती हैं। शिक्षण-प्रशिक्षण संस्थाओं में छात्राध्यापक लिखित रूप में कक्षा-शिक्षण से पूर्व पाठ योजना बनाते हैं और उसे अपने व्याख्याता या विषय अध्यापक से जांच करा कर पुनः शिक्षण प्राप्त करते हैं।

## 2.7 पाठ योजना का महत्व

पाठ योजना के निम्नलिखित महत्व होने के कारण यह शिक्षण के लिए लाभप्रद होगी -

- i. योजनानुसार कार्य करने से श्रम तथा समय की बचत तथा उसका सदुपयोग होता है।
- ii. योजना के अभाव में गणित के शिक्षक अपने विषय के साथ न्याय नहीं कर पाते हैं।
- iii. योजनाबद्ध कार्य करने पर उद्देश्यों की प्राप्ति में उपलब्ध साधनों का उचित उपयोग किया जा सकता है।
- iv. योजनानुसार शिक्षण कार्य करने पर शिक्षण के उद्देश्य, शिक्षण सामग्री, शिक्षण विधियां तथा मूल्यांकन के विभिन्न साधनों का विस्तृत रूप से चिन्तन किया जा सकता है।
- v. योजना का पूर्व निर्माण करके शिक्षण अपने कार्य को व्यवहारिक रूप प्रदान कर सकता है।
- vi. योजनाबद्ध ढंग से कार्य करके अपने प्रयासों को सफल तथा प्रभावशाली बना सकते हैं।
- vii. योजना से कार्य करने पर अध्यापक में आत्म विश्वास का विकास होता है।
- viii. इनकी सहायता से शिक्षण अपने कार्य विभाजन का प्रारूप तैयार कर सकता है।
- ix. अपने कार्य में आने वाली विभिन्न कठिनाइयों एवं समस्याओं का समाधान पूर्व में करके परिस्थितियों के साथ चलकर समायोजन स्थापित कर सकता है।
- x. योजनाबद्ध शिक्षण करने पर शिक्षण में क्रमबद्धता आ जाती है।
- xi. इसके द्वारा शिक्षक को अपने ज्ञान तथा विचारों का प्रयोग करने का अवसर प्राप्त होता है, साथ ही वह व्यवसायिक प्रगति को भी प्राप्त करता है।

- xii. इसके द्वारा शिक्षक के व्यक्तित्व का भी ज्ञान होता है। इसमें शिक्षक के किस ढंग से पाठ्य वस्तु का संगठन उद्देश्यों का वर्णन तथा उनको प्राप्त करने की युक्तियों का प्रयोग किया है।
- xiii. इसके द्वारा शिक्षक को अपने कार्य का मूल्यांकन होता है। यह कार्य पाठ समाप्ति पर उद्देश्यों की प्राप्ति के आधार पर संभव है।
- xiv. इसको तैयार करने में मानसिक विकास को ध्यान में रखा जाता है।

## 2.8 गणित पाठ योजना के मूलभूत तत्व

शिक्षक को पाठ्य योजना की पूर्णता के लिए निम्नलिखित तत्वों पर ध्यान देना चाहिए -

- शिक्षक को विषय का पूर्ण ज्ञान होना चाहिए।
- शिक्षक में व्यवहारिक प्राप्त उद्देश्यों को सही-सही लिखने की क्षमता होनी चाहिए ताकि उसका मूल्यांकन संभव हो सके।
- शिक्षक में यह गुण होना चाहिए कि वह कक्षा में उचित वातावरण का निर्माण कर सके।
- उसे शिक्षण कौशल में पूर्ण होना चाहिए।
- पाठ योजना को कक्षा में कैसे पूरा किया जायेगा? तथा कठिनाई आने पर कैसे सामना किया जायेगा, यह कौशल उसे पूर्ण रूप से आना चाहिए।
- मूल्यांकन के प्रश्नों का निर्माण करना चाहिए।

पाठ योजना में हरबर्ट द्वारा बताये गये निम्नलिखित पद काम में लाये जाते हैं -

- शीर्षक 2 सामान्य उद्देश्य 3 विशिष्ट उद्देश्य 4 पूर्व ज्ञान, 5 सहायक सामग्री 6 प्रस्तावना 7 उद्देश्य कथन, 8 प्रस्तुतीकरण 9 नियमीकरण 10 पुनरावृत्ति 10 गृहकार्य
  - शीर्षक - इसके अन्तर्गत पाठ योजना क्रमांक, दिनांक, समयावधि, कालांश, कक्षा विद्यालय का नाम एवं प्रकरण आदि लिखे जाते हैं।
  - सामान्य उद्देश्य - यहां गणित विषय के उद्देश्य लिखे जाते हैं। गणित विषय के तीन प्रमुख उद्देश्य होते हैं -व्यावहारिक, अनुशासनात्मक तथा सांस्कृतिक। इन तीनों उद्देश्यों का ही उल्लेख यहां होता है।
  - विशिष्ट उद्देश्य - इसके अन्तर्गत वे उद्देश्य लिए जाते हैं, जो शिक्षण के पश्चात् प्राप्त होते हैं। इन्हें व्यवहारगत परिवर्तन के क्रम में लिखा जाता है। ये प्रत्येक प्रकरण के लिए पृथक होते हैं।
  - पूर्व ज्ञान - गणित विषय में पूर्व ज्ञान चह ज्ञान है, जिस पर वर्तमान पाठ आधारित होता है। पूर्व ज्ञान को जांचना अथवा उसके बारे में चित्र, आर्ट आदि के माध्यम से अभ्यास कराना परम आवश्यक है। पूर्व ज्ञान पिछली कक्षाओं में सीखा ज्ञान अथवा अपने अनुभव से समाज अथवा अनौपचारिक शिक्षा के माध्यम से सीखा हुआ ज्ञान होता है।

- v. सहायक सामग्री - गणित शिक्षण में बहुत से पाठ, चित्र, आर्ट, माडल प्रदर्शन विधि से बहुत अच्छे प्रकार से पढ़ाये जा सकते हैं। अतः उनका प्रयोग कैसे और किस स्थान पर होगा? क्रम से ही लिखना चाहिए। यदि पाठ में सहायक सामग्री की उपयोगिता नहीं हो रही है तो अनावश्यक सामग्री न बनाये और न ही पाठ में लिखें। कुछ छात्र श्यामपट्ट, चोक, डस्टर, सहायक सामग्री में लिख देते हैं, यह सर्वथा अनुचित है। ये सामग्री तो गणित विषय में आवश्यक है।
- vi. प्रस्तावना - गणित विषय में प्रस्तावना वह प्रकरण है, जिसमें पढ़ाये जाने वाले पाठ की आधारशिला विषय वस्तु की जांच निहित होती है। पढ़ाये जाने वाले पाठ का संबंध, प्रश्नों के माध्यम से या किसी प्रसंग के माध्यम से पुराने सीखे हुए ज्ञान पर करते हुए, जोड़ा जाता है। यह वह स्थान होता है, जहां से पाठ को रूचिकर एवं जिज्ञासु बनाया जा सकता है तथा छात्रों के समक्ष नवीन पाठ की रूपरेखा प्रस्तुत करते हुए समस्यात्मक रूप से प्रस्तुत किया जाता है। ताकि नये पाठ में उस समस्या का हल मिल सके, जो अध्यापक ने प्रस्तावना के प्रकरण में समस्या के रूप में प्रस्तुत की है। इसमें 5-6 मिनट से अधिक का समय नहीं लगाना चाहिए।
- vii. उद्देश्य कथन - प्रस्तावना पूर्ण होने पर नये पाठ की घोषणा की जाती है कि आज इस प्रकरण पाठ का अध्ययन करेंगे। इससे छात्रों को नवन पाठ का आभास हो जाता है। यह कथन संक्षिप्त एवं रोचक तथा आकर्षक होना चाहिए ताकि नवीन ज्ञान को अर्जित करने के लिए छात्रों में उत्साह की जागृति हो।
- viii. प्रस्तुतीकरण - गणित विषय में प्रस्तुतीकरण कभी-कभी दो अन्वितियों में भी हो सकता है और अधिकतर एक ही अन्विति में पढ़ाया जाता है। प्रस्तुतीकरण में प्रयुक्त विधियों का भी यहां उल्लेख करना चाहिए जैसे विश्लेषण एवं संश्लेषण विधियां अथवा आगमन एवं निगमन विधियां। यदि पाठ का प्रदर्शन विधि द्वारा पढ़ाया जाये तो इसका भी उल्लेख किया जा सकता है। अध्यापक क्रियाएं और छात्र क्रियाएं भी उल्लिखित होनी चाहिए। पाठ का विकास प्रश्न उत्तर के माध्यम से होनी चाहिए। जब छात्र प्रश्नों के उत्तर देने में सक्षम न हो सके तो इस प्रकार की समस्याओं का निराकरण अध्यापक कथन के माध्यम से सरल करना चाहिए, जिससे व्याख्यान विधि का छोटा सा अंश अपनाया जा सकता है क्योंकि छात्र सभी प्रश्नों के उत्तर देने में सक्षम नहीं होते हैं। यह पाठ का मुख्य भाग होता है। इसमें प्रश्न का विश्लेषण सोच समझकर करना चाहिए। तभी छात्र उसे समझने में सफल होंगे। इस भाग में आदर्श प्रश्न को पूर्ण आदर्श हल के रूप में किया जाना चाहिए।
- ix. नियमीकरण - इसी श्यामपट्ट हल के आधार पर नियमीकरण की घोषणा की जाती है। जब पाठ को आगमन विधि से पढ़ाया जाता है अथवा पाठ दो अन्वितियों में पढ़ाया जाता है तो प्रथम अन्विति में उस समस्या के नियमीकरण का उल्लेख किया जाता है और दूसरा अन्विति में उस नियम पर आधारित प्रश्न हल करवाये जाते हैं। ताकि उस नियम का भी स्पष्टीकरण हो सके।

- x. पुनरावृत्ति - पाठ समाप्त होने के पश्चात् छात्रों से ऐसे प्रश्न पूछने चाहिए ताकि यह ज्ञात हो जाये कि छात्र ने क्या सीखा? पाठ को पूर्ण रूप से समझ लिया जाता है या नहीं। यदि कोई शंका छात्र के मन में है तो हां दूर कर देनी चाहिए।
- xi. गृहकार्य - अन्त में कुछ समय शेष बचने पर उसी प्रकार के प्रश्न उसकी पुस्तक में बताये जा सकते हैं अथवा समय होने पर कक्षा में लिखाये जो और होना चाहिए और अगले दिन गृह कार्य को भी अवश्य देखना चाहिए अन्यथा उसकी महत्ता कम हो जाती है। गृहकार्य अधिक नहीं देना चाहिए। इसक ेसाथ यह भी आवश्यक है कि पाठ निश्चित समय में ही समाप्त हो जाये और छात्र तथा अध्यापक दोनों ही सक्रिय रहे। राष्ट्रीय शैक्षिक अनुसंधान एवं प्रशिक्षण परिषद् नई दिल्ली द्वारा पाठ योजना का नया प्रारूप भी तैयार किया गया है, जो निम्नलिखित प्रकार से हैं -

### 2.8.1 गणित पाठ योजना का प्रारूप

- i. शीर्षक - इसमें प्रकरण लिखा जाता है।
- ii. उद्देश्य - इसके अन्तर्गत प्रकरण संबंधी उद्देश्य आते हैं।
- iii. शिक्षण बिन्दु - इसमें उप-विषय में जो भी पद प्रत्यय संबंध प्रक्रियाएं, सिद्धान्त संकेत और कल्पनाएं हो उनको लिखा जाता है।
- iv. पूर्व ज्ञान - इसके अंतर्गत पूर्व में पढ़े गये ज्ञान को लिया जाता है।
- v. सहायक सामग्री - इसके अन्तर्गत चार्ट, माडल्स प्रतिरूप वस्तुएं तथा अन्य दृश्य-श्रव्य उपकरणों को लिया जाता है।
- vi. शिक्षण विधियां - इसके अन्तर्गत निम्नलिखित में से किसी भी विधि का प्रयोग किया जा सकता है -
  - a. प्रदर्शन विधि
  - b. विश्लेषण विधि
  - c. प्रश्नोत्तर विधि
  - d. आगमन विधि
  - e. निगमन विधि
  - f. प्रयोगशाला विधि
7. प्रस्तावना - इसके अन्तर्गत निम्नलिखित क्रियाएं आती हैं - शिक्षण क्रियाएं, छात्र क्रियाएं
8. उद्देश्य कथन -
9. कक्षा कार्य - इसके अंतर्गत छात्र की क्रियाओं का उल्लेख शिक्षक द्वारा किया जाता है।

शिक्षण क्रियाएं	छात्र क्रियाएं
प्रश्न, विवरण, चित्र खींचना, सहायक	उत्तर निरीक्षण, प्रश्न का हल एवं

सामग्री का प्रयोग तथा प्रयोग प्रदर्शन एवं आदर्श हल आदि	नियमीकरण आदि।
--	---------------

उद्देश्य तथा शिक्षण बिन्दु	शिक्षक क्रियाएं	छात्र क्रियाएं	श्यामपट्ट कार्य
वे बिन्दु जिनका प्रशिक्षण हेतु उल्लेख करना होता है।	प्रत्येक बिन्दु के शिक्षण के समय अध्यापक की क्रिया का उल्लेख।	अध्यापक की क्रिया के अनुरूप जो क्रियाएं होंगी उसका उल्लेख (छात्रों द्वारा गणना चित्र उत्तर)।	1- अध्यापक द्वारा दिया गया कार्य। 2- हल किये जा रहे प्रश्न 3- छात्रों द्वारा दिये गये उत्तर। 4- चित्र खींचना

- i. अध्यापक द्वारा दिया गया कार्य।
- ii. हल किये जा रहे प्रश्न
- iii. छात्रों द्वारा दिये गये उत्तर।
- iv. चित्र खींचना

1. अभ्यास कार्य - जो पढ़ाया जा चुका है, उस पर आधारित प्रश्न।
2. गृह कार्य - इसके अंतर्गत छात्र को प्रकरण पर ही आधारित घर पर अभ्यास करने के लिए प्रश्न दिये जाते हैं। जिन्हें वह दूसरे दिन हल करके जांच कराता है।

## 2.9 गणित शिक्षक के लिए पाठ योजना की उपयोगिता

गणित शिक्षक पाठ योजना के अनुसार अपने शिक्षण को अधिक प्रभावशाली बना सकता है क्योंकि पाठ योजना में विषय वस्तु को पूर्व में ही एक विशेष क्रम में संगठित कर लिया जाता है तथा अध्यापक कक्षा में उसी क्रम में शिक्षण कराता है। इस प्रकार से शिक्षण करने में छात्र उस ज्ञान को बिना किसी रुकावट या परेशानी के 'शिघ्रता से ग्रहण कर लेते हैं। गणित में पाठ योजनानुसार शिक्षण करके छात्रों में विभिन्न गणितीय कुशलताओं का विकास किया जा सकता है। कुछ प्रमुख कुशलताएं इस प्रकार हैं -

- i. प्राप्त ज्ञान का नवीन परिस्थितियों में उपयोग करना।
- ii. प्रश्न पूछने की कुशलता

- iii. समस्याओं के समाधान तथा व्याख्या करने की कुशलता
- iv. परिकल्पना संबंधी कुशलता
- v. गणना करने की कुशलता
- vi. निरीक्षण तथा आलेखन करने की कुशलता
- vii. निश्कर्ष निकालना
- viii. उत्तर देना तथा स्पष्टीकरण देने की योग्यता
- ix. सामान्यीकरण करना।

इस प्रकार पाठ योजनानुसार शिक्षण करने पर छात्रों में उपरोक्त योग्यताओं एवं कुशलताओं को पूर्ण रूप से विकसित किया जा सकता है। अतः गणित शिक्षक को छात्रों को विभिन्न कौशलों का विकास करने के यथासंभव अवसर प्रदान करना चाहिए, जिससे छात्र गणित की समस्याओं का समाधान सरलता से कर सकें।

## 2.10 ज्यामिति अंकगणित, बीजगणित, निर्देशांक ज्यामिति मेन्यूरेशन से गणित की पाठयोजना

### 2.10.1 गणित पाठ योजना (मेन्यूरेशन) प्रकरण से पाठ योजना

प्रधानाध्यापक का नाम..... दिनांक.....  
 विद्यालय का नाम ..... कक्षा .....  
 विशय - गणित कालांश .....  
 समयावधि.....

प्रकरण : सर्कस की टेंटनुमा आकृति का क्षेत्रफल ज्ञात करना

#### विशिष्ट उद्देश्य

उद्देश्य	अपेक्षित व्यवहारगत परिवर्तन
ज्ञान	1- विद्यार्थी टेंटनुमा आकृति में आयी ज्यामितिय आकृतियां यथा शंकु, बेलन की पुनर्पहचान कर सकेंगे। 2- विद्यार्थी टेंटनुमा आकृति में आयी ज्यामितिय आकृतियां यथा शंकु, बेलन का प्रत्यास्मरण कर सकेंगे।
अवबोध	3- विद्यार्थी टेंटनुमा आकृति को बेलन एवं शंकु के भागों के रूप में समझ सकेंगे। 4- विद्यार्थी टेंटनुमा आकृति में निहित बेलन एवं शंकु आकृति के अन्य उदाहरण दे सकेंगे।

	5- विद्यार्थी टेंटनुमा आकृति के विभिन्न भागों की व्याख्या कर सकेंगे।
ज्ञानापयोग	1- विद्यार्थी दैकिक जीवन में अनुभूत की हुई सर्कल की टेंटनुमा आकृति जैसी अन्य आकृतियों का क्षेत्रफल ज्ञात कर सकेंगे।
कौशल	2- विद्यार्थी टेंटनुमा आकृति में निहित बेलनाकार व शंक्वाकार आकृति को बना सकेंगे।

**पूर्व अनुभव**

- 1- विद्यार्थी बेलन की आकृति को पहचानते हैं।
- 2- विद्यार्थी शंकु की आकृति को पहचानते हैं।
- 3- विद्यार्थी आकृति के बारे में जानते हैं।
- 4- विद्यार्थी वृत्त की परिधि के बारे में जानते हैं।

**शिक्षण सहायक सामग्री**

सर्कस की टेंटनुमा आकृति का मॉडल, कैंची, लपेट फलक (पुनरावृत्ति प्रश्न) इत्यादि।

**प्रस्तावना**

क्र.सं.	अध्यापक क्रिया	छात्र क्रिया
	अध्यापक निम्नलिखित प्रश्नों के माध्यम से पाठ की प्रस्तावना करेगा।	
1	आपने शेर, हाथी, बन्दर, जोकर को एक साथ नाचते हुए कहां देखा है?	सर्कस में
2	सर्कस में ओर क्या क्या होता है?	बन्दर को साइकिल चलाते हुए देखना, साइकिल दौड़ इत्यादि
3	सर्कस में बैठक व्यवस्था कैसी होती है?	वृत्ताकार में
	(अध्यापक छात्रों की सर्कस की टेंटनुमा आकृति जैसी माडल दिखाते हुए प्रश्न पूछेगा)	
4	यह किस प्रकार की आकृति है?	सर्कस जैसी
5	मान लो कि आपके शहर में सर्कस आया हुआ है। सर्कस बहुत अच्छा चल रहा है। जैसा कि बारिश का मौसम है। अचानक एक दिन अचानक बहुत तेज तूफान आता है जिसके कारण सर्कस की टेंटनुमा आकृति में लगा कपड़ा फट जाता है। और सर्कस में पानी टपकने लग जाता है। सर्कस मालिक को इस टेंटनुमा आकृति में नया कपड़ा लगाना है, लेकिन उसे यह मालूम नहीं कि उसे उसके लिए कितना कपड़ा खरीदना है, क्या आप बता सकते हैं कि उसे	संभवतः उत्तर

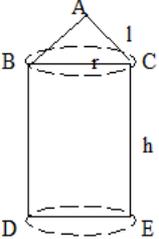
कितना कपड़ा खरीदना पड़ेगा।
----------------------------

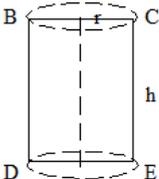
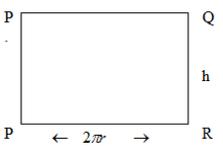
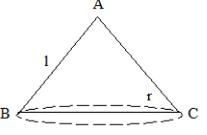
**उद्देश्य कथन**

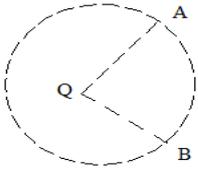
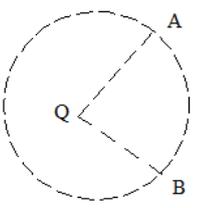
सर्कस के टेंटनुमा आकृति में लगा कुल कपड़ा टेंटनुमा आकृति के पृष्ठीय क्षेत्रफल के बराबर होना चाहिए। अतः हम टेंटनुमा आकृति का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात करेंगे। जो कि कुल कपड़े का क्षेत्रफल होगा।

**शिक्षण विधि - आगमन विधि**

**प्रस्तुतीकरण**

अधिगम बिन्दु	शिक्षण अधिगम संस्थितियां		श्याम पट्ट कार्य
	अध्यापक क्रिया	छात्र क्रिया	
1- सर्कस की टेंटनुमा आकृति का ज्यामितिय परिचय	<p>(अध्यापक सर्कस की टेंटनुमा आकृति का मोडल दिखाते हुए छात्रों से निम्नलिखित प्रश्न पूछेगा।)</p>  <p>1- इस मोडल का स्तम्भाकार भाग किस ज्यामितिय आकृति का निर्माण करता है?</p> <p>2- इस मोडल का ऊपर वाला भाग किस ज्यामिति आकृति का निर्माण करता है?</p> <p>3- इस पूरी आकृति का क्षेत्रफल कैसे ज्ञात करेंगे?</p> <p>(अध्यापक बेलनाकार व शंकुनुमा भाग को अलग अलग कर छात्रों को दिखाएगा)</p>	<p>बेलन</p> <p>शंकुनुमा</p> <p>दोनों भागों का क्षेत्रफल ज्ञात कर एवं उनका योग कर</p>	<p>बेलनाकार भाग</p> <p>शंकुनुमा भाग बेलन की उंचाई के अनुदिश काटने पर प्राप्त आकृति</p> <p>आयत की लम्बाई = <math>2\pi r</math> आयत की चौड़ाई = <math>h</math></p> <p>इसलिए आयत का क्षेत्रफल ल.ग चौ. <math>2\pi r \times h = 2\pi rh</math> बेलन का क्षेत्रफल</p>

	<p>अध्यापक कथन - जब हम इस टेंटनुमा आकृति की दो भागों में विभाजित करते हैं तो हमें दो ज्यामितिय आकृतियां प्राप्त होती है</p> <p>1- बेलनाकार भाग 2 शंकुनुमा भाग</p> <p>सर्वप्रथम हम बेलनाकार भाग का क्षेत्रफल ज्ञात करेंगे फिर शंकुवाकार भाग का क्षेत्रफल ज्ञात करेंगे।</p>	<p>शंकुवाकार भाग</p>	
<p>2- बेलनाकार भाग का क्षेत्रफल</p>	<p>1- बेलन की ऊंचाई कितनी दी हुई है</p> <p>2- बेलन की त्रिज्या कितनी है?</p> <p>3- बेलन का पैदे वाला भाग किस ज्यामितिय आकृति का निर्माण करता है?</p> <p>4- वृत्त की परिधि ज्ञात करने का सूत्र क्या है? (अध्यापक बेलन की ऊंचाई के अनुदिशा काटकर छात्रों से निम्नलिखित प्रश्न पूछेगा)</p> <p>5- बेलन की ऊंचाई के अनुदिशा काटने पर हमें किस प्रकार की आकृति प्राप्त होती है?</p> <p>6- आयत का क्षेत्रफल ज्ञात करने का सूत्र बताइये।</p> <p>7- आयत की लम्बाई कितनी है?</p> <p>8- आयत की चौड़ाई कितनी है?</p> <p>9- आयत का क्षेत्रफल कितना होगा?</p> <p>अध्यापक कथन - आयत का क्षेत्रफल <math>2\pi r h</math> प्राप्त हुआ जो कि बेलन का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल होगा।</p>	<p>h</p> <p>r</p> <p>वृत्त का</p> <p><math>2\pi r</math></p> <p>आयताकार</p> <p>लम्बाई × चौड़ाई</p> <p><math>2\pi r</math></p> <p>h</p> <p><math>2\pi r \times h</math></p> <p><math>= 2\pi r h</math></p>	 <p>बेलनाकार भाग</p> <p>बेलन को ऊंचाई के अनुदिशा काटने पर प्राप्त आकृति</p>  <p>आयत की लम्बाई = <math>2\pi r</math></p> <p>आयत की चौड़ाई = h</p> <p>इसलिए आयत का क्षेत्रफल = <math>2\pi r \times h</math></p>
<p>3- शंकुनुमा भाग का क्षेत्रफल</p>	<p>(अध्यापक टेंटनुमा आकृति के मोडल के शंकुनुमा भाग का मोडल छात्रों को दिखाते हुए निम्नलिखित प्रश्न पूछेगा )</p> <p>1- शंकु का पैदे वाला भाग किस आकृति का निर्माण करता है?</p> <p>2- वृत्त की परिधि कितनी होगी?</p> <p>3- शंकु की तिर्यक लम्बाई कितनी है? (अध्यापक शंकु को तिर्यक लम्बाई के अनुदिशा काटकर प्राप्त आकृति को छात्रों को दिखाते हुए निम्नलिखित प्रश्न पूछेगा)</p>	<p>वृत्त का</p> <p><math>2\pi r</math></p> <p>l</p>	 <p>शंकुनुमा आकृति</p> <p>शंकु का तिर्यक लम्बाई के अनुदिशा काटने पर प्राप्त आकृति</p>

	 <p>4- प्राप्त आकृति OAB में ंडी को इसी बोलाई में बढ़ाते है तो हमें किस प्रकार की ज्यामितिय आकृति प्राप्त होती है?</p> <p>5- वृत्त का भाग AB क्या कहलाता है।</p> <p>6- चाप AB की लम्बाई कितनी है?</p> <p>7- शंकु की तिर्यक लम्बाई OA वृत्त की क्या होगी?</p> <p>8- चापखण्ड OAB का क्षेत्रफल कितना होगा?</p> <p>अध्यापक कथन - किसी चापखण्ड का क्षेत्रफल उसके चाप की लम्बाई और उस चाप को बढ़ाने पर अन्तरित वृत्त की त्रिज्या का आधा होता है अर्थात् चापखण्ड का क्षेत्रफल चाप लम्बाई चाप के बढ़ाने पर बने वृत्त की त्रिज्या चापखण्ड का क्षेत्रफल है जो कि शंकुनुमा भाग का क्षेत्रफल होगा।</p>	<p>वृत्त चाप <math>2\pi r</math> त्रिज्या</p> <p>संभवतः उत्तर छात्र ध्यानपूर्वक सुनेंगे। छात्र सू को अपनी नोटबुक में नोट करेगा।</p>	 <p>AB को इसी गोलाई में बढ़ाने पर प्राप्त उपर्युक्त वृत्त आकृति चापखण्ड OAB का क्षेत्रफल चाप की लम्बाई चाप की गोलाई में बढ़ाने पर बने वृत्त की त्रिज्या</p> $\frac{1}{2} \times 2\pi r \times l = \pi r l$ <p>शंकुनुमा भाग का क्षेत्रफल।</p>
<p>4- टेंटनुमा आकृति का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल</p>	<p>(अध्यापक इस अधिगम बिन्दु का विकास निम्नलिखित प्रश्नोत्तर के माध्यम से करेगा)</p> <p>1- बेलनाकार भाग का पृष्ठीय क्षेत्रफल कितना है?</p> <p>2- शंकुनुमा भाग का पृष्ठीय क्षेत्रफल कितना है?</p> <p>3- टेंटनुमा आकृति का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल कितना होगा?</p> <p>4- क्षेत्रफल की इकाई बताइये।</p> <p>5- टेंटनुमा आकृति का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल कितना होगा?</p> <p>अध्यापक कथन - सर्कस के टेंटनुमा आकृति का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल <math>\pi r(2h+l)</math> वर्ग इकाई होगा। अर्थात् सर्कस मालिक को पूरे टेंटनुमा आकृति में नया कपड़ा लगाने के लिए</p>	<p><math>2\pi r h</math>.</p> <p><math>\pi r l</math></p> <p><math>2\pi r h + \pi r l</math></p> <p><math>\pi r(2h+l)</math> वर्ग इकाई</p> <p><math>\pi r(2h+l)</math> वर्ग इकाई</p>	<p>सर्कस की टेंटनुमा आकृति का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = टेंटनुमा आकृति के बेलनाकार भाग का क्षेत्रफल + टेंटनुमा आकृति का शंकुनुमा भाग का क्षेत्रफल</p> <p><math>2\pi r h + \pi r l</math></p> <p><math>\pi r(2h+l)</math></p> <p>वर्ग इकाई</p>

	वर्ग इकाई के बराबर क्षेत्रफल का कपड़ा खरीदना पड़ेगा।		
5- सर्कस की टेंटनुमा आकृति पर आधारित सवाल	<p>1- यदि किसी सर्कस के बेलनाकार भाग की ऊंचाई 14 मीटर तथा उसकी त्रिज्या 7 मीटर व शंकुनुमा भाग की तिर्यक लम्बाई 3.5 मीटर हो तो इसके चारों तरफ व ऊपर लगे कुल कपड़े का क्षेत्रफल ज्ञात करो? (अध्यापक उपर्युक्त सवाल विद्यार्थियों के सहयोग से सरल करेगा।)</p> <p>1- कपड़े का क्षेत्रफल ज्ञात करने के लिए हम क्या करेंगे?</p> <p>2- टेंटनुमा आकृति का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात करने का सूत्र क्या है?</p> <p>3- यहां h का मान कितना है?</p> <p>4- r का मान कितना दिया है?</p> <p>5- l का मान कितना है?</p>	<p>टेंटनुमा आकृति का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात करेंगे।</p> $(2\pi rh + \pi r l)$ <p>वर्ग इकाई h= 14 मीटर r = 7 मीटर l = 3.5 मीटर</p>	<p>हल : टेंटनुमा आकृति का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल (<math>2\pi rh + \pi r l</math>) वर्ग इकाई यहां h= 14 मीटर r = 7 मीटर l = 3.5 मीटर टेंटनुमा पृष्ठीय क्षेत्रफल <math display="block">= \frac{2}{1} \times \frac{22}{7} \times \frac{7}{1} \times \frac{14}{1}</math> <math display="block">+ \frac{22}{7} \times \frac{7}{1} \times \frac{3.5}{1}</math> <math display="block">= 616 + 77</math> <math display="block">= 693 \text{ वर्गमीटर}</math> इसलिए सर्कस की टेंटनुमा आकृति में 693 वर्गमीटर कपड़ा चाहिए।</p>
	<p>6 उपयुक्त मानों को सूत्र रखने पर और हल करने पर हमें कितना क्षेत्रफल प्राप्त होता है?</p> <p>7. सर्कस की इस टेंटनुमा आकृति में कुल कितने कपड़े की आवश्यकता होगी?</p>	<p>693 वर्गमीटर</p> <p>693 वर्गमीटर कपड़ा</p>	

पुनरावृत्ति एवं मूल्यांकन प्रश्न

1. बेलन के सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल का सूत्र बताइए?
2. किसी सर्कस की टेंटनुमा आकृति में कितने क्षेत्रफल के बराबर कपड़ा चाहिये।
3. किसी सर्कस के टेंटनुमा भाग में कौन-कौनसी दो ज्यामितिय आकृतियाँ निहित होती है

शिक्षण सामग्री - चौक, डस्टर, सेलम बोर्ड आदि

पूर्व ज्ञान 1 छात्र चर एवं अचर राशियों से परिचित है।

2 छात्र अंकों का साधारण योग ज्ञात कर सकते हैं।

प्रस्तुतीकरण

प्रश्न 1  $(2a+3b)$  में  $a$  तथा  $b$  किस प्रकार की राशियां हैं।

उत्तर - चर

प्रश्न - 2 -  $(2a+3b)$  में  $2a$  तथा  $3b$  क्या कहलाते हैं?

उत्तर - पद

प्रश्न - 3 इन पदों के योग या बाकी से प्राप्त राशियों को क्या कहते हैं?

उत्तर - व्यंजक।

प्रश्न 4  $2a-b$  तथा  $3a-6b$  का योग होगा?

उत्तर - छात्र संभावित उत्तर देते हैं।

उद्देश्य कथन - आज हम सजातीय एवं विजातीय व्यंजकों का योग करने की विधि का अध्ययन करेंगे।

शिक्षण बिन्दु	अध्यापक क्रिया	छात्र क्रिया	शायामपट्ट कार्य
सजातीय विजातीय व्यंजकों का अर्थ	i. $2x$ में चर संख्या क्या है? ii. $2x, 3x, 5x, 6x$ पदों की संख्या कैसी है? iii. इस प्रकार की राशियों को क्या कहते हैं। अध्यापक कथन - ऐसी राशियां जिनके पद समान होते हैं। सजातीय व्यंजक कहलाते हैं। जिनमें राशियों असमान होती हैं, वह विजातीय राशियां कहलाती हैं।	$x$ समान। छात्र संभावित उत्तर बता देते हैं।	
सजातीय व्यंजकों का योग	i. $2x, 7x, 5x$ किस प्रकार की राशियां हैं? ii. $2x$ से क्या तात्पर्य है? iii. यदि $x$ का मान 2 हो तो $2x$ का मान होगा? iv. $2x$ और $7x$ का योग क्या होगा? छात्राध्यापक कथन - सजातीय पदों का योग अंक के योग के समान ही होता है। प्रत्येक राशि के अचर पदों के गुणांक को इन सजातीय राशियों का योगफल कहते हैं।	सजातीय $2x$ $4$ छात्र संभावित उत्तर देते हैं।	$2x+5x+2x$ $= (7+5+2) x = 14x$

विजातीय राशियों का योग	विकासात्मक प्रश्न I. $6a+3b$ अंक में कौन कौन सी अचर राशियाँ हैं?	a और b	
प्रथम विधि	II. इन व्यंजकों को क्या कहते हैं? III. इन राशियों का योग किस प्रकार ज्ञात करते हैं? अध्यापक कथन - विजातीय राशियों को क्रमागत इस प्रकार लिखा जाता है कि उका समान पद एक दूसरे के नीचे ही आये। प्रत्येक पद का योग ज्ञात किया जाता है। इस प्रकार प्राप्त योगफल दी गयी विजातीय राशियों का योग होता है।	विजातीय व्यंजक। छात्र संभावित उत्तर देते हैं।	$7a+b-c$ $3a-4b+4c$ $5a+7b-2c$ <hr/> $15a+4b+2c$
द्वितीय विधि	i. $4p-3K-R, 7P-9K+2R$ और $2P-2K-2R$ किस प्रकार के व्यंजक हैं? ii. इन्हें कोष्ठक में किस प्रकार व्यवस्थित करते हैं? छात्राध्यापक कथन - इस विधि में पहले सभी व्यंजकों को कोष्ठक में लिखकर उनके मध्य योग का चिन्ह लगाते हैं। योग की क्रिया में साहचर्य गुण धर्म क्रियान्वित होता है। अतः सजातीय पदों को एक ही कोष्ठक में व्यवस्थित किया जाता है तथा प्रत्येक कोष्ठक का मान ज्ञात कर कुल योगफल ज्ञात करते हैं।	विजातीय	$(4P-3K+R)+(7P-9K+2R) + (2P-2K-2R)$  = $(4P+7P+2P)+(-3K-9K-2K)+(R+2R-2R)$  = $13P-14K-R$

मूल्यांकन -

योग ज्ञात कीजिए -

(1)  $2K+3K+8K$  (2)  $4b-5b-3b$

गृह कार्य - योग ज्ञात कीजिए -

(1)  $2a+6b-5c, 6a+b-5c$  और  $2a-7a+6c$

### 2.11 गणित प्रयोगशाला

**परिचय** - विद्यालय में अन्य कक्षाओं की तरह ही एक कक्षा गणित के लिए होना चाहिए। इस कक्षा की व्यवस्था इस प्रकार की हो कि उसका वातावरण गणित विषय के शिक्षण का आभास करा दे। विद्यार्थी एवं अध्यापक दोनों कक्षा में प्रवेश करते ही ऐसी प्रेरणा जाग्रत हो जाए कि वह बाहर की दुनिया को कुछ क्षणों के लिए भूल जाये। गणित के विभिन्न प्रकरणों एवं कठिन बिन्दुओं पर आधारित चार्ट बने हुए हों, विभिन्न गणितज्ञों के फोटो दीवारों पर लगे हुए हों। इस कक्षा का श्याम पट्ट अन्य कक्षाओं से बड़ा हो। ऐसी परिस्थिति में इस कक्षा को गणित प्रयोगशाला की संज्ञा दी जा सकती है।

**विद्यालय में गणित प्रयोगशाला की आवश्यकता** - साधारणतया यह देखा गया है गणित विषय के प्रति लोग रुझान कम रखते हैं। समाज में इस विषय के प्रति भय व्याप्त है उसी समाज से बालक विद्यालयों में आता है ऐसे बालकों को सामान्य गणित तो कक्षा कक्षा में बतायी जा सकती है लेकिन गणित के कुछ कठिन प्रकरण जिन्हें सहायक सामग्रियों के सहयोग से प्रयोगशाला में सिखाया जाना चाहिए कक्षा कक्षा में नहीं बताया जा सकता है ऐसी परिस्थिति में यदि अध्यापक केवल सैद्धान्तिक ज्ञान दे तो बालक को समझ में नहीं आएगा। गणित प्रयोगशालाएँ अवसरों पर एक सशक्त माध्यम है।

जिसमें जाकर बालक का मानसिक वातावरण बनाकर कठिन संप्रत्ययों को करके सीखना के सिद्धान्त पर आधार पर सिखाया जा सकता है। इसके अतिरिक्त भी कई ऐसे कारण हैं जिसके लिए विद्यालयों में गणित की आवश्यकता है जैसे

- i. विद्यार्थियों में सत्यता की जांच करने की आदत का विकास करना।
- ii. गणितिय तथ्यों का जीवन में उपयोग की जानकारी प्राप्त करना
- iii. गणित विषय के प्रति प्रेम एवं लगाव उत्पन्न करना।
- iv. स्वयं करके सीखे की आदत का विकास करना
- v. प्रयोगशाला में सिखने के सभी मनोवैज्ञानिक सिद्धान्तों की पालना होती है।
- vi. प्रयोगशाला के सहयोग से अध्यापक के वह समय बचता है जो वह कक्षा कक्षा में लम्बे व्याख्यानों में व्यर्थ करता है।
- vii. छोटी कक्षाओं में तो गणित प्रयोगशाला बहुत ज्यादा महत्वपूर्ण है विशेषतः प्राथमिक कक्षाओं में।

### गणित प्रयोगशाला का आयोजन

- i. एक बड़ा कक्षा कम से कम 20 x 20 आकार का। जिसमें एक साथ 30 विद्यार्थी आकर कार्य कर सकें।
- ii. कक्षा में पर्याप्त रोशनी हो एक दरवाजा हो।

- iii. कक्ष के मुख्य द्वार सामने वाली दीवार पर श्याम पट्ट लगा हो। श्याम पट्ट बड़े आकार का हो। उसी श्याम पट्ट के सामने ही प्रदर्शन मेज रखा हुआ हो जिस पर अध्यापक प्रदर्शन कर सके।
- iv. श्याम पट्ट के बांये या दांये फलाले पटक लगा हुआ हो जिस पर कुछ मॉडल या चार्ट चिपका कर प्रदर्शन किया जा सके।
- v. विद्यार्थियों के लिए बैठक व्यवस्था चित्रानुसार यू आकार में होनी चाहिये। 
- vi. जो मॉडल प्रदर्शन किये जाने है तो उन मेजों पर रखे हों।
- vii. गणित के महत्वपूर्ण प्रकरणों पर बने हुए चार्ट दीवारों पर लगे हो।
- viii. प्रमुख गणितज्ञों के फोटो दरवार पर लगे हो।

### गणित प्रयोगशाला मे रखे जाने वाले उपकरण

गणित प्रयोगशाला, केवल प्रयोगशाला का कार्य नहीं करती यह तो गणित कक्ष तथा गणित अजायबघर का कार्य भी करती है। इन सब बातों को ध्यान में रखते हुए इस कक्ष में निम्न उपकरण होने चाहियें।

- i. **स्थूल सामग्री** -छोटी कक्षाओं में अंकगणित के प्रकरणों को पठाने हेतु कुछ वास्तविक स्थूल सामग्री होनी चाहिए जैसे - तीलीयां, गेंदें, मनके, दाने, संख्याओं के कई सिक्के, खिलौने, अवेकक्ष, स्थानीय मान पद्धति से परिचित कराने वाला लकड़ी का बाक्स, भिन्नों तथा विभिन्न आकृतियों के ज्ञान के लिये लकड़ी के अथवा गत्ते में विभिन्न आकार के टुकड़े आदि।
- ii. **पैमाइश से संबंधित उपकरण**
  - a. कोणीय दर्पण - यह भूमि पर समकोण की सीध लेने हेतु कोणीय दूरी नापने के काम आता है।
  - b. प्लेन टेबल - यह सामान्य सर्वेक्षण तथा नक्शे इत्यादि बनाने के काम आता है।
  - c. हिप्सोमीटर और क्लीनोमीटर - यह उन्नयन कोण एवं अवनमन कोण नापने का यंत्र है। यह अप्रत्यक्ष रूप से वस्तुओं की उंचाई एवं दूरी ज्ञा करने में सहायक होता है जिसमें त्रिकोणमिति का प्रयोग किया जाता है।
  - d. लेवल उपकरण - कोई तल समतल है या नहीं नापने के लिये यह काम में आता है।
  - e. ट्रान्जिट - यह कोण मापने और तल की स्थिति देखने के काम आता है।
- iii. **ज्यामिति बॉक्स**- ऐसा बॉक्स जिस रेखागणित की विभिन्न आकृतियों के खींचने से संबंधित विभिन्न उपकरण जैसे - परकार, सेटस्क्वायर, प्रोटेक्टर, स्केल, आदि बड़े आकार के होते हैं जिनका श्याम पट्ट पर आकृतियां बनाने के लिए उपयोग किया जाता है। विद्यार्थियों के पास अलग अलग से छोटे-छोटे बॉक्स उपलब्ध होते हैं।
- iv. **माप तोल के यंत्र** - कई प्रकार की तुलाएं, वाट, विभिन्न इकाइयों में दूरी मापने के फीते आदि

- v. मॉडल - गणित के कठिन प्रकरणों के समझने हेतु गत्ते के या प्लाई के बने हुए मॉडल
- vi. विभिन्न प्रकार के चार्ट एवं चित्र
- vii. कुछ अन्य आधुनिक यंत्र
- प्रोपोरशनल डिवाइडर - इसका उपयोग विभिन्न आकृतियों रेखाचित्रों, आदि से बड़ा अथवा छोटा करने में किया जाता है।
  - स्लाइड रूल - गणित संबंधी बहुत सी गणनाओं को शीघ्रतापूर्वक बिल्कुल सही करने के लिए स्लाइड रूल का प्रयोग किया जाता है। कठिन से कठिन प्रकार के भिन्न दशमलव संख्याओं का गुणा अथवा भाग करने में, वर्गमूल अथवा घनमूल निकालने में, घात तथा अनुपात ज्ञात करने में इसका उपयोग किया जाता है।
  - गणना मशीन - गणित संबंधित गणनाओं के शीघ्रता से करने के लिए यह मशीन होती है।
- viii. गणित कीट

इस कीट में निम्न सामग्री होती है

1 डोमिनो	2 नेपियरस्ट्रिप्स	3 अबेकस
4 क्यूसनेअर स्ट्रिप	5 भिन्न डिस्क	6 सोलीडस

## 2.12 गणित में शिक्षण अधिगम सामग्री

ऐसे सभी साधन जो अध्यापक को उसकी उद्देश्य पूर्ति में सहायता देते हैं सहायक साधन कहलाते हैं।

### सहायक साधन

- दृश्य साधन : जिनमें बच्चों को दिखाकर ज्ञान प्राप्त करने में सहायता मिलती है। दृश्य साधन कहलाते हैं।
- श्रव्य साधन : : जिनमें बच्चों को सुनकर ज्ञान प्राप्त करने में सहायता मिलती है। श्रव्य साधन कहलाते हैं।
- दृश्य श्रव्य साधन : जिनके द्वारा देख भी सकते हैं और सुन भी सकते हैं। ऐसे साधनों को दृश्य श्रव्य साधन कहते हैं।

साधारणतया यह देखा गया है कि गणित को नीरस तथा कठिन विषय कहा जाता है। यदि सहायक सामग्री का सही उपयोग कर शिक्षण किया जाये तो ऐसा नहीं होगा।

---

**सहायक सामग्री का महत्व**

- i. विषय का स्पष्टीकरण
- ii. विषय को रोचक बनाना
- iii. शिक्षणके सामान्य सिद्धान्तों के अनुकूल
- iv. मनोवैज्ञानिक लाभ
- v. ज्ञान का स्थायी होना
- vi. समय और परिश्रम की बचत
- vii. अधिक से अधिक ज्ञानेन्द्रियों का उपयोग
- viii. व्यक्तिगत अनंतर से अनुकूलता
- ix. क्रियाशीलता
- x. वैज्ञानिक दृष्टिकोण का विकास

**गणित शिक्षण की सहायक सामग्री**

1. माप तोल यंत्र : फीते, तुला, वाट, अंकित सिलेण्डर आदि
2. ज्योमेट्रीबॉक्स : पैमाना, परकार, सेटस्कवायर, प्रोटेक्टर, पेंसिल, रबर आदि
3. वास्तविक पदार्थ : सिकके, रीठे, मिट्टी, कांच, गोलियां, रंक, खूर्जा, कैची, सूल, पौधे फुल चार दिवारी
4. मॉडल: शिक्षण बिन्दू के अनुरूप तैयार किये जा सकते हैं।
5. चित्र व चार्ट : लाभहानि, इकाई, प्रतिशत, कपड़ा काम, आदि बनाये जा सकते हैं।

**याद रखने योग्य बातें**

- i. चार्ट रंगीन आकर्षक होना चाहिए, मडत्र क्रिया नहीं होना चाहिये।
- ii. उपयुक्त आकार का होना चाहिए।
- iii. चार्ट की रूपरेखा युक्त एवं स्पष्ट होना चाहिए।
- iv. श्याम पट्ट
- v. जादू की लालटेल - गणित के विभिन्न प्रकरणों पर स्लाईड्स तैयार करना आदि दिखाना उनके बारे में व्याख्या कर दी जाती है।
- vi. चित्र विस्तारक यंत्र - छपी हुई आकृतियों को बडा करके दिखाना
- vii. फिल्म स्ट्रिप प्रदाथ - गणित के एक ही पाठ से संबंधित 15-20 स्लाईडों की 35 अथवा 36 एमएम की फोटो ग्राफी फिल्म का उतार दी जाती है।
- viii. सिनेमा - गणित शास्त्रियों की जीतनी, उनके मुख्य अविष्कार गणित का इनिट्राप, दैनिक जीक्ष्ब की चलचित्र
- ix. रेडियो एवं टेलीविजन
- x. समाचार पत्र

- 
- xi. सहकारी भण्डार चलाना -लाभहानि, प्रतिशत, ऐकिकन्थिम, चारो प्रारंभिक नियम, मापतोल
  - xii. गणित के सेल तथा बुझाइते
  - xiii. यात्राएं और भ्रमण
- 

### 2.13 निबंधात्मक प्रश्न

---

1. इकाई योजना को परिभाषित कीजिए।
  2. पाठ योजना को परिभाषित कीजिए।
  3. गणित में इकाई योजना की महत्ता स्पष्ट कीजिए।
  4. पाठ योजना में विभिन्न उपागमों की व्याख्या कीजिए।
  5. गणित में पाठ योजना निर्माण हेतु किन आधारभूत तत्वों की आवश्यकता होती है उदाहरण सहित समझाइये।
  6. गणित का कोई उदाहरण लेकर इकाई योजना का निर्माण कीजिए।
  7. गणित के किसी प्रकरण पर कक्षा 9 के लिए एक कालांश की अवधि की पाठ योजना का निर्माण कीजिए।
  8. गणित प्रयोगशाला से आप क्या समझते हैं स्पष्ट कीजिए।
  9. गणित में शिक्षण अधिगम सामग्री की आवश्यकता को समझाइये।
- 

### 2.14 संदर्भ पुस्तकें

---

1. K.S. Sldhu : The Teaching of Mathematics, Sterling Publishing Prlvate Ltd. New Delhi
2. Soran Singh : Mathematics Teaching, Sahitya Prakashan Agara
3. Rawat & Agarwal : गणित शिक्षण अग्रवाल पब्लिकेशन आगरा
4. संत्सगी एवं दयाल : गणित अध्यापन, विनोद पुस्तक मन्दिर, आगरा
5. Shallnl Wadhwa : Modern Methods of Teaching mathematics, Sarup & Sons, New Delho
6. Report of the posltion paper of Maths focus group NCF, 2005, NCERT Publcatlon 2006

## इकाई 3 - गणित में अधिगम संसाधन

### Learning Resources in Mathematics

- 3.1 प्रस्तावना
- 3.2 इकाई के उद्देश्य
- 3.3 गणित की पाठ्यपुस्तकें
  - 3.3.1 पाठ्यपुस्तक का अर्थ
  - 3.3.2 गणित की पाठ्य पुस्तकों की विशेषताएं
- 3.4 शिक्षण माध्यमों का वर्गीकरण
  - 3.4.1 श्रव्य दृश्य केसेट्स डिस्क टेक्सट्स
- 3.5 गणित शिक्षण में बहुमाध्यमों का प्रयोग और उनका समेकन
- 3.6 गणित एवं सामुदायिक पर्यावरण
- 3.7 गणित संग्रहालय
- 3.8 गणित विभाग पुस्तकालय
- 3.9 सारांश
- 3.10 संदर्भ ग्रंथ सूची
- 3.11 निबंधात्मक प्रश्न

### 3.1 प्रस्तावना

आधुनिक युग विज्ञान व तकनीकी का युग है। भिन्न भिन्न प्रकार के संचार माध्यमों का आविष्कार हो रहा है छात्रों की बढ़ती संख्या, शिक्षा की बढ़ती हुई आवश्यकताओं तथा छात्र-केन्द्रित शिक्षा पर बल देने के कारण शिक्षण विधियों के अतिरिक्त अन्य शिक्षण माध्यमों की खोज आरम्भ हुई है और आज शिक्षण में मुद्रित, इलेक्ट्रॉनिक तथा अन्य माध्यमों का प्रयोग हो रहा है। यह माध्यम कई प्रकार से शिक्षण की उपरोक्त कठिनाइयों को हल करते हुए छात्र-केन्द्रित शिक्षा सफल बनाने का प्रयत्न कर रहे हैं जिस को आज अधिक महत्व दिया जा रहा है। यह माध्यम अन्य कई प्रकार से भी शिक्षण में सहायक हो रहे हैं जैसे:

- (i) यह शैक्षिक सूचनाओं को तब तक संचय कर सकते हैं जब तक उनकी आवश्यकता हो।

- 
- (ii) विद्यार्थियों तथा शिक्षक को आमने सामने लाये बिना इस सूचनाओं को कहीं भी और कितनी भी दूर छात्रों तक पहुंचा सकते हैं।
  - (iii) ये सूचनाओं को विभिन्न ज्ञानेन्द्रियों द्वारा विभिन्न प्रकार से प्रस्तुत करते हैं।
  - (iv) छात्रों को शिक्षण सामग्री प्राप्त करने तथा उनके प्रति अनुक्रिया करने के कई तरह के अवसर प्रदान करते हैं।
- 

### 3.2 उद्देश्य

---

इस इकाई के अध्ययन के पश्चात् आप -

- गणित की पाठ्यपुस्तक का अर्थ एवं विशेषताओं के बारे में जानकारी प्राप्त कर सकेंगे।
- गणित श्रव्य दृश्य सामग्री के बारे में जान सकेंगे।
- गणित शिक्षण में बहुमाध्यमों के प्रयोग को जान सकेंगे।
- गणित में सामुदायिक पर्यावण को जान सकेंगे।
- गणित संग्रहालय की जानकारी प्राप्त कर सकेंगे।
- गणित पुस्तकालय की जानकारी प्राप्त हो सकेंगी।

---

### 3.3 गणित की पाठ्यपुस्तकें (Text Book of Mathematics)

---

#### 3.3.1 पाठ्यपुस्तक का अर्थ (Meaning of Text Book)

पाठ्यपुस्तकें वे पुस्तकें हैं, जो किसी स्तर के छात्रों की पाठ्यचर्यानुसार तैयार की जाती हैं। इनमें वे तथ्य एवं सूचनाएं संकलित होती हैं, जिनका ज्ञान उस स्तर के छात्रों को देना चाहते हैं। आज की सम्पूर्ण सम्पूर्ण शिक्षा ही पाठ्य पुस्तकों पर ही आधारित है। आज ये पाठ्यपुस्तकें शिक्षा के मुख्य साधन के रूप में प्रयोग की जाती हैं। अतः वर्तमान में पाठ्य पुस्तकों का अत्यधिक महत्व है।

अलग अलग विद्वानों ने पाठ्य पुस्तकों की निम्नलिखित रूपों की परिभाषाएं दी हैं -

1. बेकन के अनुसार - “पाठ्य पुस्तक विद्यालय या कक्षा हेतु छात्र एवं शिक्षक के प्रयोग हेतु विशेष रूप से तैयार की जाती है, जिसमें केवल एक विषय या धनिष्ठ रूप से संबंधित विषयों का पाठ्य वस्तुओं में प्रस्तुत किया जाता है।

“A true text book is one specially prepared for the use of pupil and teacher in a school or a class, presenting a course of study in a single subject or closed related subject.

2. पाठ्य पुस्तकें कक्षा कक्ष के प्रयोग हेतु निर्धारित की गयी पुस्तकें है।-

“Text book is a book designed for class room use.”

पाठ्य पुस्तक की आवश्यकता को शिक्षक एवं छात्रों के दृष्टिकोण से निम्नलिखित तथ्यों द्वारा स्पष्ट किया जा सकता है।

### 3.3.2 गणित की पाठ्य पुस्तकों की विशेषताएं (Characteristics of Mathematics Text Book)

पाठ्य-पुस्तकें शिक्षक एवं छात्रों दोनों ही के लिए उपयोगी होती है। अतः इन्हें चुनने में कुछ महत्वपूर्ण तथ्य ध्यान में रखने होंगे। यदि पाठ्य पुस्तकों में निम्नलिखित गुण हैं तो दोनों को अधिक लाभप्रद पाठ्य पुस्तक का चुनाव करते समय हमें निम्नलिखित महत्वपूर्ण बिन्दुओं पर ध्यान देना चाहिए।

1. पाठ्यवस्तु 2. भाषा एवं शैली 3. पुस्तक की आकृति

पाठ्य वस्तु - एक अच्छी पाठ्य वस्तु की पाठ्य पुस्तक में निम्नलिखित विशेषताएं होनी चाहिए -

- i. राज्य सरकार द्वारा पाठ्य-पुस्तक विभाग के माध्यम से निर्धारित पाठ्यक्रम को ध्यान में रखकर पाठ्यवस्तु रखी जानी चाहिए।
- ii. पाठ्यक्रम के प्रत्येक उपविषय के विभिन्न पक्षों, कठिन स्तरों एवं प्रवृत्तियों आदि के बारे में स्पष्ट निर्देश हो, जिससे पाठ्य पुस्तकों के लेखकों को विषय वस्तु की निर्धारित सीमाओं की जानकारी हो सके तथा छात्रों की आवश्यकताओं एवं स्तर के अनुसार ही वे विषय वस्तु को नियंत्रित कर प्रस्तुत कर सकें। पाठ्यक्रम में निर्धारित उद्देश्यों को पाठ्य पुस्तक का आधार बनाया जाना चाहिए।
- iii. गणित की पाठ्य-पुस्तकों में आधुनिक गणित के महत्व को देखते हुए समुच्चय भाषा का प्रयोग होना चाहिए तथा समुच्चय सिद्धान्त को प्रमुख स्थान दिया जाना चाहिए।
- iv. गणित की पुस्तकों को अध्यापक की आवश्यकताओं एवं सुविधाओं को ध्यान में रखकर लिखना सिद्धान्ततः दोषपूर्ण है क्योंकि वर्तमान पाठ्य पुस्तकों में शिक्षक की आवश्यकताओं को ही सर्वोपरि समझा जाता है तथा विषय का प्रस्तुतीकरण, विवेचन एवं समस्याओं का संकलन आदि भी शिक्षक की दृष्टि से रखा जाता है। पाठ्य-पुस्तक का निर्माण छात्रों के लिए किया जाता है। सिद्धान्ततः शिक्षक के लिए पाठ्य-पुस्तक नहीं लिखी जाती है। इन शिक्षकों

- के लिए अलग से मार्ग दर्शिकाएं प्रकाशित की जानी चाहिए, जिनसे उनको अध्यापन विधियों एवं विषय वस्तु आदि के बासरे में उचित मार्गदर्शन मिल सकें।
- v. गणित की पाठ्य-पुस्तक लिखते समय यह ध्यान रखना चाहिए कि गणित का सम्पूर्ण पाठ्यक्रम इकाइयों में विभक्त हों। विषय की पाठ्य-वस्तु को इकाइयों में विभक्त करने से सम्बन्धित विषय सामग्री में परस्पर सह-संबंध स्थापित कर बोधगम्य बनाया जा सकता है। जैसे त्रिभुजों से संबंधित समस्त विषय-वस्तु को एक ही इकाई में प्रस्तुत किया जाना चाहिए। चतुर्भुज संबंधित अलग इकाई में, सरल ब्याज एवं चक्रवृद्धि ब्याज एक इकाई में तथा लेखाचित्रों की इकाई में समस्त प्रकार के लेखा चित्रों का समावेश होना चाहिए। विषय-वस्तु को इकाइयों में संबंधित कर प्रस्तुत करना चाहिए, इससे छात्र सामग्री की उपयोगिता को समझ सकते हैं तथा परस्पर संबंधित प्रत्ययों सिद्धान्तों एवं नियमों आदि का सरलता से प्रयोग कर सकता है।
  - vi. इसी प्रकार से अंक गणित बीज गणित एवं ज्यामिति की विषय-सामग्री को एकीकृत करके ही छात्रों के समक्ष प्रस्तुत करना चाहिए। ऐसे अनेक पक्ष हैं, जिनमें इन तीनों का एकीकरण संभव है। जैसे - वर्ग एवं वर्गमूल को  $(a+b)^2$ ,  $(a-b)^2$  समीकरण बना कर प्रस्तुत किया जा सकता है। समीकरण एवं लेखाचित्रों की विषय वस्तु का उपयोग गणित के प्रत्येक उप विषय में संभव है। इसी प्रकार से ज्यामिति के त्रिभुज, आयत, वर्ग एवं वृत्त आदि को अंक गणित एवं बीज गणित की विषय सामग्री में प्रयोग किया जा सकता है। लेकिन अंक गणित, बीज गणित, एवं रेखा गणित के मध्य की विभाजन रेखाओं को समाप्त करने पर बल दिया जाना चाहिए।
  - vii. गणित की प्रत्येक पुस्तक के आरंभ में प्रत्येक प्रकरण को प्रारंभ करने से पूर्व उसकी उपयोगिता, आवश्यकता एवं विकास तथा विस्तार के बारे में संक्षेप में टिप्पणी अवश्य दी जानी चाहिए, जिससे छात्र उपकरण की विषय-वस्तु के बारे में दृष्टिकोण होना आवश्यक है क्योंकि विषयवस्तु का उपयोग करते समय छात्र उसकी सामग्री की सार्थकता को समझ सकें। प्रत्येक उपविषय के विकास की संक्षिप्त जानकारी द्वारा ही छात्रों को इस बात का ज्ञान हो सकेगा कि गणित के क्रमिक विकास में मानव प्रयत्नों का योगदान कहां तक रहा है?
  - viii. गणित के अध्ययन द्वारा छात्रों में अमूर्त, चिन्तन, सामान्यीकरण, सिद्धान्तों का उपयोजन आदि क्षमताओं का विकास होना वांछनीय है। पाठ्य-पुस्तक की सामग्री को इस प्रकार से छात्रों के समझ प्रस्तुत किया जाये कि छात्रों में इन क्षमताओं का विकास हो सकें।
  - ix. मौखिक तथा मानसिक गणित का भी प्रावधान गणित की पाठ्य-पुस्तकों में होना चाहिए जिससे छात्रों का पूर्ण विकास हो सकें।
  - x. पाठ्य-सामग्री छात्र के मानसिक स्तर के अनुकूल होना चाहिए। पाठ्य-पुस्तक के प्रत्येक प्रकरण से संबद्ध क्रियाओं तथा प्रयोगों को करने के लिए एक आवश्यक निर्देश होना चाहिए, जिससे गणित के व्यवहारिक पक्ष को बल मिले। तथ्यों का संग्रह, समस्याओं का निर्माण, तौलना, मापना, चार्ट बनाना, अनुमान लगाना, माँडल बनाना, चित्र बनाना लेखाचित्र

- खींचना, सारणी बनाना एवं तुलनात्मक अध्ययन करना आदि ऐसी प्रवृत्तियां एवं क्रियायें हैं, जिनका कि पाठ्यक्रम में उचित स्थान होना चाहिए।
- xii. प्रत्येक प्रकरण के अंतर्गत दी गई समस्याओं में जीवन की परिस्थितियों से संकलित तथ्यों का प्रयोग होना चाहिए तथा समस्याएं भी इस प्रकार की होनी चाहिए, जो छात्रों के समक्ष चुनौतियां प्रस्तुत करें।
  - xiii. ज्यामिति के अन्तर्गत प्रमेयों में जितनी संभावित परिस्थितियां हो, उनके चित्रों को अवश्य दिया जाना चाहिए। इससे छात्रों में ज्यामितीय आकृतियों में प्रदर्शित विभिन्न संबंधों को समझने की योग्यता का विकास हो।
  - xiv. गणित की पाठ्य पुस्तक से छात्रों को इस तथ्य का आभास होना चाहिए कि उनकी प्रगति ही गणित के विकास पर निर्भर है।
  - xv. गणित की पाठ्य-पुस्तक में प्रत्येक प्रकरण के साथ एक जांच पत्र हो, जो कि आधुनिक प्रणाली के अनुसार प्रश्न, लघुरात्मक प्रश्न एवं निबंधात्मक प्रश्न है।
  - xvi. 15. प्रत्येक प्रकरण के अंतर्गत विभिन्न प्रकार के उदाहरणों का भी समावेश होना चाहिए तथा इनके द्वारा प्रश्नों को हल करने की क्रियाओं का स्पष्टीकरण किया जाना चाहिए। इन्हीं उदाहरणों को देखकर समझकर छात्र अभ्यस प्रश्नावली में दिये गये प्रश्नों को हल कर सकते हैं। विषय वस्तु के विभिन्न पक्षों का स्पष्टीकरण जितनी भी प्रभावि विधियां हैं उनके द्वारा किया जाना चाहिए। प्रत्येक उदाहरण पर आधारित समस्याएं होनी चाहिए और प्रत्येक आभास के अन्त में इन समस्याओं की उत्तरमाला होनी चाहिए। आवश्यकतानुसार संकेत भी दिये जा सकते हैं, जिससे छात्रों को असुविधा का समाना न करना पड़े।
  - xvii. प्रत्येक कक्ष के स्तर को ध्यान में रखते हुए पाठ्य-पुस्तक के अन्तर्गत उचित उपयोगी विधियां का ही प्रयोग किया जाना चाहिए। प्रस्तुतीकरण में विषय वस्तु का संगठन इस प्रकार होना चाहिए कि प्रत्येक छात्र उसे पढ़कर स्वयं समझ सकें, सीख सकें, तथा विशेष तथ्यों पर ध्यान आकर्षित कर सकें छात्रों के ज्ञान में किसी प्रकार की कमी नहीं रहनी चाहिए।
  - xviii. पाठ्य-पुस्तकों में महान् गणितज्ञ न्यूटन तथा समनुजम आदि की जीवनियां भी दी जानी चाहिए। ताकि छात्र भी इन महान हस्तियों के बारे में जानकारी प्राप्त कर सकें।

## 2. भाषा एवं शैली

पाठ्य-पुस्तक के निर्माण में भाषा एवं शैली का महत्वपूर्ण स्थान है। इसे निम्नलिखित बिन्दुओं में व्यक्त किया गया है -

- i. समस्त, नियम, सूत्र एवं परिभाषाओं को सरलतम शब्दों में व्यक्त करना चाहिए। इसकी प्रस्तावना एवं भाषा आदि भी सरल होनी चाहिए।
- ii. पाठ्य-पुस्तक की भाषा, शैली, विषयवस्तु का संगठन, छपाई, चित्र एवं आकृतियां छात्रों की अवस्था एवं ज्ञान के आधार पर होना चाहिए। ये चित्र एवं आकृतियां प्रायः प्रौढ़ों के अनुकूल

- होती है। पाठ्य-पुस्तक में विषयवस्तु का संगठन उन छात्रों के लिए अनुकूल आवश्यकताओं, अपेक्षाओं तथा कठिनाई स्तर को ध्यान में रखकर करना चाहिए। इनमें अनावश्यक लम्बे एवं विस्तृत प्रश्नों का समावेश नहीं करना चाहिए।
- iii. ज्यामिति प्रमेयों में यथासंभव समस्याएं हो उनके उतने चित्र भी होने चाहिए।
  - iv. यदि छात्रों को उनकी योग्यता के अनुसार गणित सीखने के अवसर प्रदान करना है तो पाठ्यपुस्तकों का निर्माण अभिक्रमित स्वाध्याय के सिद्धान्तों पर किया जाना चाहिए।
  - v. गणित की पाठ्य-पुस्तकों को स्वीकृत करने से पहले उनकी छात्रों एवं शिक्षकों द्वारा समीक्षा की जानी चाहिए, जिससे उस पुस्तक की भाषा, प्रस्तुतीकरण शैली एवं विषय-वस्तु के संगठन आदि में उचित आवश्यकता सुधार किया जा सके। पाठ्यपुस्तक की शैली सरल एवं छात्रों में अध्ययन के समय रूचि पैदा करने वाली होनी चाहिए।
  - vi. पाठ्यपुस्तक में प्रयुक्त कागज एवं मुद्रण कार्य आकर्षक होना चाहिए, जिससे छात्रों में पढ़ते समय रूचि उत्पन्न हो।
  - vii. प्रत्येक पाठ के अन्त में वस्तुनिष्ठ प्रश्न अवश्य होना चाहिए।
  - viii. पाठ्य पुस्तक के अनतर्गत यदि तकनीकी शब्द आते हैं तो ऐसे शब्दों को परिभाषित किया जाना चाहिए। इसके साथ ही ऐसे शब्दों की संख्या कम से कम होनी चाहिए। यही नामावली का प्रयोग करना चाहिए जो मान्य हो।

### 3. पुस्तक की आकृति –

पाठ्य-पुस्तक की आकृति निम्नलिखित बिन्दुओं के आधार पर होनी चाहिए -

- i. पाठ्य-पुस्तक की छपाई सुन्दर, आकर्षक एवं अशुद्धियों से रहित होनी चाहिए, जितने भी चित्र एवं ग्राफ आदि हो वह स्पष्ट, सुन्दर नामाकरण सहित होने चाहिए।
- ii. पुस्तकों की मुद्रण कला छात्रों की आयु के अनुसार होनी चाहिए तथा पुस्तक का सम्पादन कार्य सावधानीपूर्वक किया जाना चाहिए।
- iii. छात्रों के रख - रखाव के अनुसार पुस्तक की जिल्द एवं मुख्य पृष्ठ अधिक अच्छा एवं शीघ्र न खराब होने वाले कागज से निर्मित होना चाहिए। पुस्तकों की सिलाई अच्छे एवं सुदृढ़ धागों से होनी चाहिए।
- iv. पाठ्य-पुस्तकों के लेखक वही हों जो स्वयं गणित के एक सफलतम शिक्षक रहे हो, जिनको विषय का अच्छा ज्ञान हो तथा विषय-वस्तु को छात्रों की मनोवैज्ञानिक आवश्यकताओं के अनुसार प्रस्तुत करने की क्षमता रखते हों। लेखक में सीखे की विभिन्न प्रक्रियाओं को सूक्ष्मता से समझने की क्षमता अथवा योग्यता होनी चाहिए।

### पाठ्य पुस्तक का मूल्यांकन एवं विश्लेषण

प्रायः सत्र के प्रारंभ होते ही शिक्षक एवं छात्रों के समक्ष एक समस्या उत्पन्न होती है कि कौन सी पुस्तक प्रयोग में लायी जाए। शिक्षकों के समक्ष यह समस्या उत्पन्न होती है कि कौन सी पुस्तक प्रस्तावित की जाये आज बोर्ड की ओर से एवं बाहर के विभिन्न लेखकों की पुस्तकें बाजार में पर्याप्त मात्रा में उपलब्ध रहती है। सन् 1986 में राष्ट्रीय शिक्षा नीति के अन्तर्गत नये सिरे से लगभग सभी पाठ्य पुस्तकें मण्डली ने 1-8 तक तथा माध्यमिक शिक्षा बोर्डों ने 9-12 कक्षाओं तक पाठ्य पुस्तकें तैयार की थीं। 11-12 वीं कक्षा में स.1986-88 तक निजी प्रकाशकों की पुस्तकों का बोलबाला था। वर्तमान में सभी पुस्तकें माध्यमिक शिक्षा बोर्ड परिषद द्वारा स्वीकृत एवं राष्ट्रीयकृत हैं। फिर भी पुस्तक को चुनने एवं उसका मूल्यांकन करने के बाद ही पुस्तक की श्रेष्ठता एवं उपयोगिता को आंका जा सकता है। मूल्यांकन हेतु इस संबंध में कई मापन पत्र प्रचलित हैं। कुछ बोर्ड अथवा राज्य शैक्षिक अनुसंधान एवं प्रशिक्षण संस्थानों ने अपने अपने स्तर के अनुरूप पुस्तक समीक्षा पत्र भी प्रचलित कर रखे हैं।

यहाँ मात्र दो स्कोर बोर्ड का विवरण दिया जा रहा है।

### 1. जार्ज हण्टर का मापन पत्र

शीर्षक	अंक
1. लेखक की शैक्षिक योग्यता	50
2. पुस्तक की लागत एवं यांत्रिक बनावट अंक	100
3. मनोवैज्ञानिकता	300
4. विषय-वस्तु	250
5. लेखन शैली	110
6. सीखने हेतु अभ्यास माला	140
7. शिक्षक की सहायता	50
	कुल 1000

### 2. लुईस बोगज का मूल्यांकन पैमाना

1. पाठ्य-पुस्तक का नाम .....
2. लेखक का नाम .....
3. प्रकाशन का नाम .....
4. कापी राइट का वर्ष .....
5. मूल्य .....

कुल अंक 100

- i. **लेखन की योग्यता** 10 अंक  
इसके अन्तर्गत शिक्षक अनुभव, विषय से संबंधित विशेष उपाधि, पुस्तक, लेखन में विशेषज्ञों से सहायता तथा लेखक की विचारधारा एवं विद्यालय की आवश्यकताओं से समन्वय आदि बिन्दु आते हैं।
- ii. **विषयवस्तु का संगठन -** 10 अंक  
इसके अन्तर्गत विषयवस्तु की तालिका, आमुख, उपशीर्षक एवं विषयवस्तु को इकाईवार रखना, पाठ के अन्त में प्रश्नों की सूची, जो कठिनाई के स्तरानुकूल व्यवस्थित की गयी है, इत्यादि विचार करते हैं।
- iii. **विषयवस्तु** 10 अंक  
कक्षा विशेष के लिए समस्त इकाई/उपइकाइयों का चयन, अन्य पुस्तकों से मिलती जुलती सामग्रियों का उपयोग प्रकरण से संबंधित सक्षिप्त इतिहास, नवीनतम प्रत्ययों एवं इकाइयों का समावेश प्रश्नों का दैनिक जीवन में जुड़ा होना।
- iv. **प्रस्तुतीकरण -** 10 अंक  
आवश्यकतानुसार समस्या समाधान, आगमन विधि का प्रयोग, समस्या का समाधान पर आग्रह लेखन शैली रोचक, नये शब्दों या पदों को मोटे या रेखांकित कर मोटे अक्षरों में लिखना, स्मरण रखने योग्य सूत्रों एवं पदों आदि को मोटे अक्षरों में लिखना।
- v. **पठनीयता -** 10 अंक  
प्रत्येक पंक्ति में 21 से कम शब्द होना 60 प्रतिशत वाक्य सरल होना, प्रत्येक प्रकार के प्रश्नों का हल देना। एक प्रश्न यदि कई विधियों से हल हो सकते हैं तो उन्हें भी देना।
- vi. **शुद्धता** 10 अंक  
समस्त सूत्रों, संकेतों, पदों को शुद्ध रूप से रखना, भाषा में अस्पष्टता का न होना, हल किये गये प्रश्नों में शुद्ध विधि का प्रयोग उत्तर में शुद्धता रखना, मुद्रण का बिल्कुल स्पष्ट एवं शुद्ध होना।
- vii. **पत्यक्षता** 10 अंक
- viii. **पाठ्य पुस्तक आकर्षक, पढ़ने में सरल, स्पष्ट, मोटे अक्षर, छात्रों के अनुसार आकार एक ही पृष्ठ पर चित्र एवं लिखावट के लिए पर्याप्त स्थान वांछनीय है।**  
**दृष्टान्त -** 10 अंक  
सूत्रों या नियमों को सिद्ध या व्यक्त करने के लिए आवश्यक चित्रों की स्पष्टता एवं शुद्धता, नामकरण, अनुपात आदि की विशेषता, विभिन्न उदाहरण, दृष्टान्त एवं चित्रों से सीखने आदि में सहायता पर ध्यान देना आवश्यक है।
- ix. **अनुकूलनीयता -** 10 अंक  
पुस्तक सभी स्तर के छात्रों के लिए उपयोगी है। ग्रामीण एवं शहरी परिवेश वाले छात्रों के लिए भी पुस्तक समान रूप से उपयोगी है। पुस्तक सभी की आवश्यकताओं की पूर्ति करने वाली होनी चाहिए।

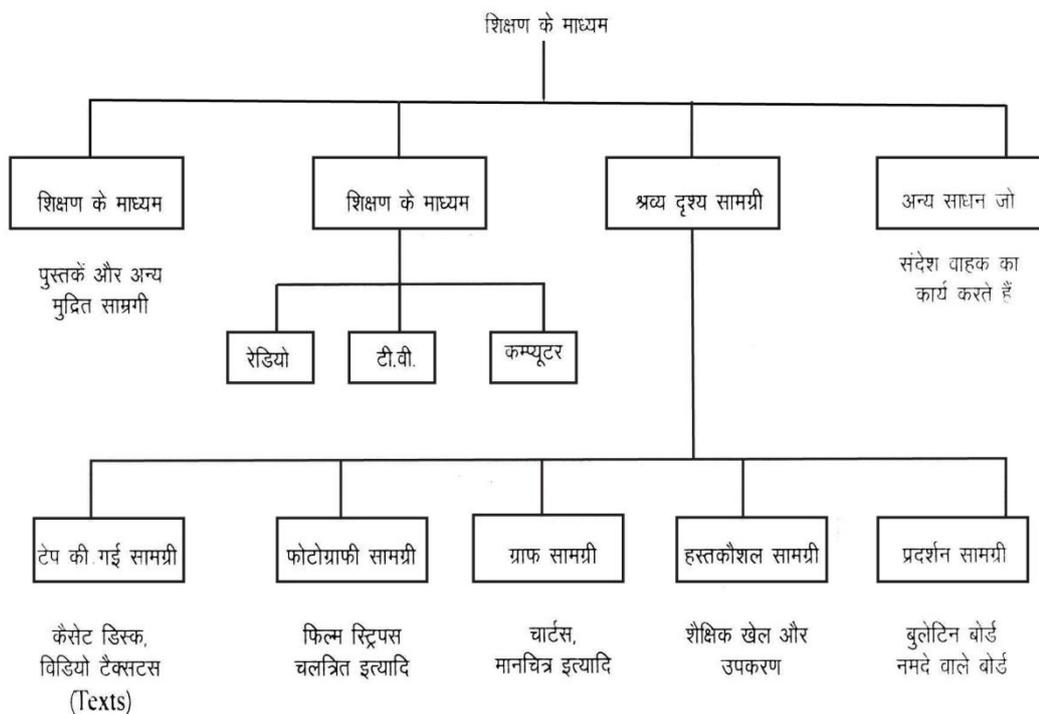
## x. सहायक सामग्री -

10 अंक

पर्याप्त मात्रा में अभ्यास हेतु प्रश्न, संदर्भ पुस्तकों की सूची, शिक्षक के लिए आवश्यक निर्देश सहायक सामग्री का प्रयोग करने की विधि, स्थान एवं विविधता को स्थान देना आवश्यक है।

### 3.4 शिक्षण- माध्यमों का वर्गीकरण (Classification of Teaching Media)

इनका कई प्रकार से वर्गीकरण किया जा सकता है उनमें एक इस प्रकार का भी हो सकता है।



#### 3.4.1 श्रव्य-दृश्य कैसेट्स, डिस्क और टेक्सट्स (Audio-Visual Cassettes 'disks and texts)

श्रव्य- दृश्य कैसेट्स - रेडियो और टेलीविजन पर प्रसारित सामग्री को audio और Video cassettes रूप में छात्रों को उपलब्ध कराया जा सकता है यदि छात्र इन्हें खरीद नहीं सकते तो इन्हें प्रयोग के लिए विद्यालय की लाइब्रेरी में रखा जा सकता है। कदाचित् आने वाले समय में हर लाइब्रेरी में कैसेट्स का अच्छा भण्डार रखना होगा।

रेडियों और टेलीविजन की सीमाओं के कारण उनका प्रयोग शीघ्रता से बढ़ रहा है। इसके अतिरिक्त कई प्रकार से यह उपयोगी हो सकते हैं जैसे,

- (i) स्व: अध्ययन में, विशेषकर कमजोर छात्रों के लिए विधि के रूप में
- (ii) शिक्षण-प्रशिक्षण के माध्यम के रूप में
- (iii) प्रांगण के बाहर (off-campus) के वातावरण में सतत्-शिक्षा (continuing education) में
- (iv) जहां गणित और विज्ञान प्रयोगशालायें भलीभांति सज्जित (equipped) नहीं है या जहां शिक्षकों की कमी है विडियो अनुदेशन विद्यालयी अनुदेशन की गुणवत्ता को बढ़ाने में काफी सहायक हो सकता है।

### इसकी अन्य उपयोगी विशेषतायें

- (i) छात्रों को अपनी गति और सुविधा के अनुसार शिक्षण सामग्री को बराबर देखने सुनने का अवसर देते हैं। यह प्रोग्राम को रिकार्ड करने के स्थान पर भरे भराये कैसेट मिल जाय तो छात्रों को बहुत अधिक लाभ होगा।
- (ii) इसमें रेडियो/टी.वी. प्रोग्राम की तरह समय सीमित (time bound) कार्यक्रम बनाने की आवश्यकता नहीं पड़ती। कैसेट को किसी भी अवधि के लिए पाठ योजना के किसी भी स्वरूप में, किसी भी संयोजन (combination) का प्रयोग करते हुए, कितनी भी ध्वनियों का प्रयोग करते हुए अपने पूरे पैकेज (प्रिन्ट, रेडियो और कैसेट) का एक समग्र रूप बनाते हुए, नियोजन किया जा सकता है। \*

---

\*As quoted by R.Natrajan at page 99 in “Educational Technology, “Challenging Issues” Ed. by M. Mukhopandhyaya, Chap 8, Sterling Publishers Ltd. L-10, Green Park, New Delhi 1990

- **विडियो डिस्क (Video Disk)** -यह एक ऐसी व्यवस्था है जो लम्बे रिकार्ड प्लेयर (record player) ग्रामोफोन के तबे के समान है, फर्क इतना है कि यह परम्परागत टेलीविजन के माध्यम से श्रव्य और दृश्य दोनों को इकट्ठा कर लेते हैं। इकट्ठा करने की यह क्षमता बहुत ही अधिक होती है। पूरी (Encyclopedia Britannica) को एक अकेली डिस्क में भरा जाता है, फिर भी कुछ जगह छूट जायेगी।

- **विडियो टेक्स्ट्स (Video Texts)** - यह घरेलू टी.वी. सेट को computer terminal की तरह काम करने देता है और remote data base से सूचनार्ये और ग्राफिक्स पुनः प्राप्त करने देता है। Video text व्यवस्था दूरस्थ शिक्षा के द्वारा उपलब्ध विषयों और कार्यक्रमों के बारे में सामान्य सूचनाओं का प्रसार करने के लिए काफी उपयोगी है।
- **अन्य श्रव्य-दृश्य सामग्री और उपकरण (Other Audio Visual Material and Equipments)** - इसके अन्तर्गत विद्यालय में पाई जाने वाली यह वस्तुयें है जैसे टेपरिकार्डर, रिकार्ड प्लेयर, स्लाइड और फिल्म-स्ट्रिप्स, प्रोजेक्टर, ओवर-हेड-प्रोजेक्टर, चलचित्र-प्रोजेक्टर इत्यादि।

क्या यह शिक्षा का माध्यम है या केवल अनुदेशन के सहायक या अनुबद्ध (adjunct) हैं? इसके उत्तर में यह कहा जा सकता है कि ये मानव ध्वनि, दृष्टि और श्रवण के परास को बढ़ा देते हैं और दूरस्थ दृश्यों और ध्वनियों को कक्षा-कक्ष तक ले आते हैं, इसलिए जैसे पुस्तक अनुदेशन का एक माध्यम है वैसे यह भी अनुदेशन का माध्यम है। परन्तु पुस्तकों के अस्तित्व को माध्यम के रूप में स्वीकार कर लिया गया है परन्तु इनका प्रयोग शिक्षक की स्वेच्छा पर है। उनके प्रयोग में प्रतिरोध के कई कारण हैं जैसे (i) शिक्षक की अकर्मण्यता (Inertia) (ii) इनका संचालन करने वालों का उपलब्ध ना होना (iii) कक्षा में इससे सम्बन्धित उपकरणों का अभाव या उनके दिखाने के स्थान का अभाव (iv) आवश्यकता पड़ने पर सही सामग्री प्राप्त करने की समस्या (v) इनको प्राप्त करने के बारे में सूचनाओं का अभाव (vi) सामग्री तैयार करने के लिय तकनीकी सहायता का अभाव, इत्यादि।

### 3.5 गणित शिक्षण में बहु-माध्यमों का प्रयोग और उनका समेकन (Use of Multimedia and the Integration in Teaching Mathematics)

1950 के दशक में विभिन्न माध्यमों का अलग अलग प्रयोग किया जाता था। कहीं आवेर-हेड प्रोजेक्टर तो कहीं फिल्म-स्ट्रिप्स तो कहीं किसी अन्य माध्यम का प्रयोग किया जाता था। परन्तु इस विकृत स्थिति, जो उस समय इतनी अधिक प्रचलित थी, का स्थान बहुमाध्यमों ने ले लिया है।

परम्परागत शिक्षण- अधिगम स्थिति में भी, अच्छे विद्यालयों में सामान्यतः बहुमाध्यमों (multimedia) का प्रयोग होता है। लेक्चर, ट्यूटोरियल्स, सेमीनार के अलावा छात्र प्रायोगिक कक्षाओं (practical classes) में जाते हैं तथा लाइब्रेरी, फिल्मस, टेप-रिकार्डस तथा पुस्तकों से अनुलिपित उद्धरणों (mimeographed excerpts) का प्रयोग करते हैं। यह सब बातें अब सामान्य हो गई हैं। प्रश्न अब उनके बहुमुखी प्रयोग का नहीं है, यह तो स्थापित सत्य के रूप में स्वीकार कर लिया गया है। प्रश्न है उनके प्रभावी प्रयोग का। यहां आधारभूत जटिल समस्या नीति का निर्धारण करना है तथा उसके क्रियान्वयन के लिए संचार के माध्यमों का चुनाव करना है तथा उन्हें इस प्रकार समेकित करना

है कि अपेक्षित अधिगम प्रभावी ढंग से सम्पन्न हो सके। हर माध्यम की अपनी अच्छाइयां और कमियां हैं और कोई भी एक माध्यम सभी प्रकार के शिक्षण के लिए उपयोगी नहीं है। यह भी देखा गया है कि स्थिति के अनुसार माध्यमों का समेकित मिश्रण एक दूसरे की सहायता देते हुए अधिक अच्छा परिणाम उत्पन्न करते हैं।

उपयुक्त माध्यमों के चुनाव में निम्नलिखित सामान्य बातों पर ध्यान देने की अनुशंसा (recommendation) की गई है।

- i. उपलब्धता (Availability) - चुने हुए माध्यम तथा उनके प्रयोग में प्रशिक्षित व्यक्ति सहज में उपलब्ध होने चाहिए जिससे उनका सतत् विश्वसनीय प्रयोग हो सके।
- ii. अभिगम्यता (Accessibility) - चयनित माध्यम सार्वजनिक रूप में सभी छात्रों को उपलब्ध होना चाहिए, जिससे सभी छात्रों को इसका लाभ मिल सके। यदि यह सबको उपलब्ध न कराया जा सके तो विद्यालय को ऐसे साधन प्रदान करने के लिए प्रयत्न करना चाहिए जिससे प्रत्येक छात्र को उसका लाभ मिल सके, जैसे ऐसे केन्द्र बनाने चाहिए जहां जाकर छात्र उनका उपयोग कर सकें।
- iii. सहमति (Acceptability) - माध्यमों के प्रति शिक्षकों और छात्रों में सकारात्मक दृष्टिकोण होना नितान्त आवश्यक है नहीं तो उस माध्यम की सफलता संदिग्ध होगी।
- iv. मितव्ययता (Economy) - मूल्यवान माध्यम, जो छात्रों या विद्यालय की आर्थिक सीमा के बाहर हों, का चुनाव नहीं करना चाहिए। हमारे जैसे देशों में माध्यमों के चुनाव की यह पहली शर्त है।
- v. वैधता (Validity) - चयनित माध्यम, पढाये जाने वाले विषय के उद्देश्यों और उसकी विषय वस्तु के लिए उपयुक्त होने चाहिए। सभी माध्यम सभी विषयों के लिए उपयुक्त नहीं होंगे। इसी प्रकार गणित की विभिन्न शाखाओं (बीजगणित, अंकगणित, ज्यामिति) और उनकी भी विभिन्न विषय वस्तुओं के लिए अलग अलग उपयुक्त माध्यमों का चुनाव करना आवश्यक हो सकता है।

इसके अतिरिक्त माध्यमों के चुनाव में अनुदेशन स्थिति का भी विशेष ध्यान रखना होगा जैसे चुनाव में शिक्षण के उद्देश्य, अनुदेशक का स्वभाव (प्रकृति), शिक्षण की विषय वस्तु अर्थात् वे कुशलतायें और विषयवस्तु जो छात्रों को सिखानी है।

T.V. या रेडियों जैसे जन माध्यमों के चुनाव के पहले इन बातों पर भी ध्यान देना होगा।

- i. इसके प्रति लोगों का दृष्टिकोण (attitude) क्या है?
- ii. कितने प्रतिशत लोगों तक इनकी पहुंच है तथा क्या यह पहुंच उनके नियंत्रण में है।
- iii. यदि इस सुविधा को प्रदान करने वाले कोई सामुदायिक केन्द्र है तो शिक्षक
- iv. और संचालक इसके प्रयोग के प्रति किस प्रकार की प्रतिक्रिया करते हैं।
- v. क्या इसके कार्यक्रम स्थानीय, सामाजिक सांस्कृतिक भाषा में होते हैं।
- vi. इसी प्रकार के मूल्य (लागत) आयेगा और क्या यह लागत इसके प्रयोग की अनुमति देती है इत्यादि।

### 3.6 गणित एवं सामुदायिक पर्यावरण (Mathematics and Communication environment)

यह एक संकीर्ण दृष्टिकोण है कि छात्र केवल कक्षा कक्ष में ही रहकर गणित की अवधारणाओं का बोध कर सकता है बल्कि वह तो उसके व्यापक सामुदायिक पर्यावरण से गणित कई प्रत्ययों, सिद्धान्तों, तथ्यों का प्रत्यक्ष बोध कर सकता है। लेकिन इसके लिए अध्यापक की पैनी दृष्टि होनी चाहिए ताकि वह पर्यावरण में उपलब्ध गणितीय अवधारणाओं के मूर्त रूप को पहचान सके।

#### गणित शिक्षण के लिए समुदाय के उपयोगी क्षेत्र

अध्यापक ज्यामितीय आकृतियां जैसे त्रिभुज, समानान्तर चतुर्भुज, आयत, वर्ग, षट्भुज आदि का प्रत्यक्षीकरण भवनों को दिखाकर करा सकता है। पर्यावरण में ही पाये जाने फूल, पत्तियों आदि में सर्वांगसमता या समरूपता का बोध करा सकता है। इसी प्रकार ठोस बेलन, गोला इत्यादि के बारे में विस्तृत चर्चा कर सकता है। रेल की पटरियों का प्रत्यक्षीकरण करवा कर समानान्तर रेखाओं की अवधारणा को स्पष्ट कर सकते हैं। इसी प्रकार पोस्ट ऑफिस, बैंक, शेयर बाजार, मौसम विभाग, राजस्व विभाग आदि से लाभ हानि, सरल ब्याज, चक्रवृद्धि ब्याज, क्षेत्रफल, वर्षा व दूरी नापने के साधन आदि को प्रत्यक्ष उदाहरण द्वारा स्पष्ट कराया जा सकता है।

इनके अतिरिक्त समुदाय में उपलब्ध कई गणित के विशेषज्ञों से छात्रों का सम्पर्क करवाया जा सकता है। ऐसे कई प्रकरण होते हैं जिन पर अध्यापक का वर्चस्व नहीं होता है जैसे रीडल्स, फैलेसीज, वैदिक गणित, अच्छे प्रकरण, मैजिक स्कवायर जो छात्रों के लिए उपयोगी व रूचिकर हो, आदि पर समुदाय में उपलब्ध गणितज्ञों से चर्चा करवायी जा सकती है। कभी कभी संग्रहालयों में छात्रों को ले

जाकर गणितीय अवधारणाओं एवं तथ्यों का प्रत्यक्षीकरण करवाया जा सकता है। प्रकृति में गणित खोज हेतु वनशाला (open air session) आयोजित की जानी चाहिए।

उपरोक्त विवेचन से स्पष्ट होता है कि सामुदायिक पर्यावरण गणित को सिखाने में महत्वपूर्ण स्थान रखता है। सामुदाय को आवश्यकताओं के आधार पर नवीन गणित का आविष्कार होता है। कम्प्यूटर, बुलियन बीजगणित की देन है। गणित में कई नई अवधारणानायें (concepts) समाज की बढ़ती आवश्यकताओं के कारण जुड़ी है।

### 3.7 गणित संग्रहालय (Mathematical Museum)

गणित शिक्षण को सजीव एवं रोचक बनाने हेतु विद्यालय में गणित संग्रहालय होना आवश्यक है। शिक्षक, छात्र प्रबुद्ध नागरिक आदि संग्रहालय को समृद्ध बना सकते हैं। गणित शिक्षक को सहशिक्षकों, अभिभावकों से भी सहयोग लेना चाहिए। लेकिन इसके लिए गणित शिक्षक को प्रधानाध्यापक, सहशिक्षकों, छात्रों, अभिभावकों, प्रबुद्ध नागरिकों आदि को समय समय पर संग्रहालय के उद्देश्य, आवश्यकता, स्वरूप व विस्तार की जानकारी देनी चाहिए। इसके लिये गोष्ठियों का आयोजन करना उचित होगा ताकि संग्रहालय में रूचि रखने वाले अधिक से अधिक योगदान संग्रहालय के लिये कर सकें तथा अपने अमूल्य सुझाव दे सकें। यदि संग्रहालय समृद्ध हो जाता है तो आस-पास के विद्यालय भी इसका उपयोग कर सकेंगे।

#### संग्रहालय हेतु आवश्यक सामग्री

संग्रहालय में 5-7 लम्बी मेजों (Tables) की व्यवस्था करनी होगी। एक औजार किट जिसमें आरी, हथौड़ी, कटर, कीलें आदि हो रखना होगा। संग्रहालय कक्ष में गम, फेवीकोल, एरलडाईट, मैसा बॉन्ड, वाटर कलर, स्केचपेन, पेन्ट (लाल, हरा, नीला, पीला, सफेद) ब्रुश सेट, सेलो टेप: रंगीन चिकने कागज, ड्राइंग शीट्स, ग्राफ पेपर, कार्ड बोर्ड, हार्ड बोर्ड, प्लाईवुड : रबर स्ट्रिंग, रबरबैन्ड, धागे, स्केल, ज्यामेट्री बॉक्स आदि रखने होंगे।

#### संग्रहालयों में संग्रह शिक्षण सामग्री

गणित संग्रहालय में निम्नलिखित शिक्षण सहायक सामग्री का संग्रह करना चाहिए

1. त्रिभुज, आयत, वर्ग, चतुर्भुज आदि आकार के कटे हुए गत्ते।
2. बेलन, शंकु गोला, घन, समपार्श्व
3. रामानुजम, महावीराचार्य, पाइथागोरस, आर्कमिडिज आदि गणितज्ञों के चित्र

4. फीता, बाट, तराजु, नपने गिलास
5. केल्विनलैटर्स, कम्प्यूटर
6. क्षेत्रफल ज्ञात करने के साधन, प्लेनमीटर
7. पत्ती (पर्ण) के पर्णावृत्त पर पर्णक की संख्या- एक, दो, तीन, चार
8. फूल (पुष्प) के दल पुंज में दल (पंखुडियां) की संख्या- तीन, चार, पांच
9. अबेकस
10. बीज- विभिन्न आकार के
11. रवे (Crystals)
12. पत्थर के टुकड़े जो विशेष ज्यामिति आकार लिये होते हैं।
13. कोडियां
14. सत्य तालिकाये (truth tables), चार्टस आदि।
15. तार्किक एवं फलन के विद्युत परिपथ

### गणित संग्रहालय की उपयोगिता

1. गणित संग्रहालय विद्यार्थियों के लिये बहुत उपयोगी होता है। जब छात्र प्रकृति में पायी जाने वाली सामग्री में ज्यामितीय आकृतियां देखता है, तो निश्चय ही उनमें नैसर्गिक सौन्दर्य की अनुभूति करने की क्षमता विकसित होती है।
2. विद्यार्थी वस्तुओं का प्रत्यक्षीकरण करता है तो बहुत सी गूढ़ बातों का स्पष्टीकरण सहज हो जाता है।
3. विद्यार्थी बहुत कम समय में कई प्रत्ययों का बोध कर लेता है जबकि उन्हीं प्रत्ययों को समझने में उसे कई गुना अधिक समय लग सकता है।
4. अन्य विद्यालयों के विद्यार्थी एवं अध्यापक संग्रहालय से प्रेरणा ले सकते हैं।

### 3.8 गणित विभाग पुस्तकालय (Mathematics Departmental Library)

“Library is the heart of an Institution, where teachers are the brain and students are the body”

“पुस्तकालय विद्यालय का हृदय है, जबकि अध्यापक मस्तिष्क होते हैं और विद्यार्थी शरीर होते हैं।”  
(डॉ. राधाकृष्णन)

“पुस्तकालय के बिना एक विद्यालय, विद्यालय नहीं कहा जा सकता है। किसी विद्यालय के तीन प्रमुख अंग होते हैं। पुस्तकालय, अध्यापक और विद्यार्थी। अध्यापक और पुस्तकालय ही विद्यार्थी को अपने लक्ष्य की प्राप्ति के लिये अग्रसर करते हैं। विद्यार्थी स्वाध्याय से अधिक से अधिक ज्ञान का सृजन पुस्तकालय द्वारा कर सकता है। एक सामान्य पुस्तकालय से पुस्तकें, पत्र-पत्रिकाओं को पढ़कर विद्यार्थी अपने ज्ञान में वृद्धि करता है। उसी से उसका दृष्टिकोण व्यापक होता जाता है। लेकिन एक सामान्य पुस्तकालय में किसी अमुक विषय के गहन अध्ययन के पर्याप्त पुस्तकें उपलब्ध नहीं होती हैं। गणित अध्यापक के लिए भी नवीन शिक्षण विधियों एवं मूल्यांकन विधियों की जानकारी, शोध पर आधारित लेख गणित से सम्बन्धित पठन योग्य सामग्री, आदि का भी सामान्य पुस्तकालय में अभाव रहता है। यदि कतिपय पुस्तकालय में उपलब्ध भी होती हैं, तो भी वह विद्यार्थियों और अध्यापकों की पहुंच से दूर होती है। ऐसी परिस्थिति में विद्यार्थियों एवं गणित अध्यापकों को अपने ज्ञानवर्धन के लिये विद्यालय में विभागीय पुस्तकालय की स्थापना करना अनिवार्य नहीं तो आवश्यक अवश्य है।

#### विभागीय पुस्तकालय की सीमायें

विभागीय पुस्तकालय में पाठ्य पुस्तकें, संदर्भ पुस्तकें, गणित से सम्बन्धित पठन योग्य सामग्री, पत्र पत्रिकायें आदि का संग्रह करना चाहिए।

शाला के कुछ विद्यार्थियों की आर्थिक स्थिति कमजोर होती है तदनुसार वे पाठ्य पुस्तकें भी जुटा जाने में असमर्थ होते हैं। ऐसे विद्यार्थियों के लिए विभागीय पुस्तकालय में पाठ्य पुस्तकों की कुछ प्रतियां सुरक्षित रखी जानी चाहिए और उन्हें सत्र भर के लिए दे देनी चाहिए।

विभागीय पुस्तकालय में अन्य प्रदेशों की पाठ्य पुस्तकों की संचय करना अपेक्षित है। क्योंकि एक ही प्रकरण को भिन्न-भिन्न लेखक भिन्न-भिन्न प्रकार से व्याख्या करते हैं, जिनका विद्यार्थी अध्ययन कर प्रतियों, तथ्यों आदि का बोध अच्छी तरह से कर सकते हैं, इससे विद्यार्थियों को एक ही प्रकरण से सम्बन्धित विभिन्न प्रकार की समस्याओं को हल करने का अनुभव प्राप्त होगा।

विभागीय पुस्तकालय में गणित सम्बन्धी लघु पुस्तकों का संग्रह करना वांछित होगा। ये लघु पुस्तकें गणितज्ञों की जीवनियां, गणित का इतिहास, किंवदंती, पेराडोक्सेज आदि पर आधारित होनी चाहिए।

### विभागीय पुस्तकालय का उपयोग

विभागीय पुस्तकालय में एक पंजीयक (register) होना चाहिए ताकि उसमें विद्यार्थियों को जारी (Issue) की गई पुस्तकों का विवरण लिखा जा सके। इससे विभागीय पुस्तकालय के उपयोग की सही जानकारी मिल सकेगी और उसमें निरन्तर सुधार हेतु प्रयास किये जा सकेंगे।

विद्यार्थियों द्वारा सामान्य पत्र-पत्रिकाओं से गणित सम्बन्धी पहेलियों का संग्रह करवा कर विभागीय पुस्तकालय में सुरक्षित रख लेना चाहिए। इससे अन्य विद्यार्थी तो लाभ उठायेंगे ही पर संग्रहकर्ता भी उसी प्रकार की पहेलियों की खोज करने की प्रेरणा ले सकेगा। इनके अतिरिक्त गणित सम्बन्धित लेख, प्रयोजना आलेख आदि भी संग्रह किये जा सकते हैं।

शाला प्रधान या गणित अध्यापक को रिक्त कालांशों में विद्यार्थियों को विभागीय पुस्तकालय का उपयोग करने के लिए प्रेरणा देनी चाहिए। जो विद्यार्थी विभागीय पुस्तकालय का अधिक से अधिक उपयोग करते हो या उसके प्रति अधिक सक्रिय हों या रूचि लेते हों उन्हें महत्वपूर्ण अवसरों पर पारितोशिक से सम्मानित करना चाहिए।

शाला प्रधान को गणित के अध्यापकों को भी गणित सम्बन्धी पुस्तकें पढ़ने के लिए प्रोत्साहित करना चाहिए। उनसे प्रत्येक पुस्तक पर टिप्पणी लिखवा कर आपस में विचार विमर्श करवाना चाहिए।

शाला प्रधान का भी यह कर्तव्य होता है कि वह किसी गणित अध्यापक को ही विभागीय पुस्तकालय का कार्य सौंपे ताकि वह निष्ठापूर्वक उसकी सुरक्षा पर ही ध्यान न दें बल्कि इस बात का भी विशेष ध्यान रखें कि उसका निरन्तर विकास होता रहे और उसका उपयोग अधिक होता रहे।

### 3.9 सारांश

गणित शिक्षण केवल शिक्षक तक ही सीमित नहीं है। अन्य कई आयाम जैसे गणित की पाठ्यपुस्तक, श्रव्य दृश्य सामग्री, मल्टीमीडिया, गणित कक्षा कक्ष, प्रयोगशाला, पुस्तकालय व सामुदायिक पर्यावरण आदि का भी गणित सिखाने में महत्वपूर्ण स्थान है। इनके लिये सामग्री का संचय करना और उनका संगठन करना अत्यन्त आवश्यक है। समय समय पर इन आयामों को समृद्ध करने के लिए सतर्क रहना पड़ता है।

### 3.10 संदर्भ पुस्तकें

1. K.S. Sldhu : The teaching of Mathematics, Sterling Publishing Private Ltd. New Delhi
2. Soran Singh : Mathematics teaching, Sahitya Prakashan Agra
3. Rawat & Agarwal : गणित शिक्षण अग्रवाल पब्लिकेशन आगरा
4. संतसगी एवं दयाल : गणित अध्यापन, विनोद पुस्तक मन्दिर, आगरा
5. Shallni Wadhwa : Modern Methods of Teaching mathematics, Sarup & Sons, New Delhi
6. Report of the position paper of mathematics focus group NCF, 2005, NCERT Publication 2006

### 3.11 निबंधात्मक प्रश्न

1. पाठ्यपुस्तक को परिभाषित कीजिये।
2. गणित संग्रहालय को सुसज्जित करने के लिए कौन कौन सी सामग्री का संग्रह करना चाहिए।
3. गणित पुस्तकालय का क्या महत्व है?
4. गणित पुस्तकालय का उपयोग किस प्रकार किया जा सकता है?
5. छात्रों में संदर्भ पुस्तकों को पढ़ने के लिए रुचि कैसे विकसित कर सकते हैं ?
6. आप गणित का पुस्तकालय समृद्ध करने के लिए क्या करोगे। गणित की संदर्भ पुस्तकों की सूची तैयार करिए जिन्हें आप अपने पुस्तकालय में मंगवा सके।
7. गणित सीखने के लिए एक उचित सामुदायिक वातावरण कैसे तैयार करोगे?
8. एक अच्छी गणित पाठ्यपुस्तक की विशेषताओं का वर्णन कीजिये?
9. गणित पाठ्यपुस्तक के मूल्यांकन के मानकों का वर्णन कीजिये?
10. गणित में श्रव्य दृश्य सामग्री एवं मल्टीमीडिया के उपयोग का वर्णन कीजिये ?

## इकाई 4 - गणित प्रयोगशाला की आवश्यकता एवं विशेष संसाधन कक्ष

### Mathematics Laboratory and Resource Room

- 4.1 प्रस्तावना
- 4.2 उद्देश्य
- 4.3 गणित प्रयोगशाला की आवश्यकता महत्व एवं कार्य
- 4.4 विशेष आवश्यकता वाले बच्चों के लिए संसाधन कक्ष की आवश्यकता एवं महत्व
- 4.5 गणित प्रयोगशाला को अधिगम संसाधन की तरह स्थापित करना तथा प्रयोग करना,
- 4.6 प्रिंट तथा बहुसंचार संसाधन- टेक्स्ट बुक्स ,जर्नल्स और मैगजीन्स
- 4.7 डेल का अनुभव शंकु
- 4.8 गणित प्रयोगशाला के लिए आवश्यक घटक
- 4.9 सारांश
- 4.10 अभ्यास प्रश्नों के उत्तर
- 4.11 संदर्भ ग्रन्थ सूची
- 4.12 निबंधात्मक प्रश्न

#### 4.1 प्रस्तावना

आम धारणा के अनुसार गणित विषय जटिल व बोरिंग (ऊबाऊ) विषय है। इसी प्रकार गणित शिक्षण भी अन्य से अलग व जटिल होता है, क्योंकि इसमें मात्र पुस्तकीय ज्ञान को ही नहीं समझा जा सकता, उसके लिए स्वयं कार्य करके परिणाम प्राप्त करने होते हैं, जो गणित प्रयोगशाला में सम्भव हो सकता है।

वर्तमान इकाई में हम गणित प्रयोगशाला की आवश्यकता महत्व एवं कार्य, विशेष आवश्यकता वाले बच्चों के लिए संसाधन कक्ष की आवश्यकता एवं महत्व, गणित प्रयोगशाला को अधिगम संसाधन की तरह स्थापित करना तथा प्रयोग करना, प्रिंट तथा बहुसंचार संसाधन- टेक्स्ट बुक्स ,जर्नल्स और मैगजीन्स; डेल का अनुभव शंकु, गणित प्रयोगशाला के लिए आवश्यक घटक इत्यादि का अध्ययन करेंगे।

## 4.2 उद्देश्य

इस इकाई के अध्ययन के पश्चात आप -

1. गणित प्रयोगशाला की आवश्यकता महत्व एवं कार्य को बता सकेंगे।
2. विशेष आवश्यकता वाले बच्चों के लिए संसाधन कक्ष की आवश्यकता एवं महत्व की विवेचना कीजिए।
3. गणित प्रयोगशाला को अधिगम संसाधन की तरह प्रयोग करने को अपने शब्दों में व्यक्त कर सकेंगे।
4. प्रिंट तथा बहुसंचार संसाधनों का वर्णन कर सकेंगे।
5. डेल के अनुभव शंकु का विश्लेषण कर सकेंगे।
6. गणित प्रयोगशाला के लिए आवश्यक घटकों की विवेचना कर सकेंगे।

## 4.3 गणित प्रयोगशाला की आवश्यकता महत्व एवं कार्य

गणित प्रयोगशाला मात्र एक भौतिक स्थान न होकर एक उद्देश्यपरक कक्ष होता है। जहां बालक कार्य करके गणित के प्रति अपनी अनिच्छा को समाप्त कर रूचि उत्पन्न कर सकता है। यहां मात्र गणित विषय के कठिन सिद्धान्तों व तथ्यों को प्रयोग द्वारा सिद्ध या सत्यापित करके समझने का सार्थक प्रयास किया जाता है। जिससे इसका महत्व और अधिक बढ़ जाता है; परन्तु यदि इसका प्रयोग मात्र पूर्व में स्थापित या सत्यापित तथ्यों को पुनः सत्यापित करने व परम्परागत प्रयोगों को दोहराने हेतु ही किया जाता है तो इससे कोई लाभ न होकर मात्र हानि ही होगी। अतः हमें परम्परागत विधियों के साथ-साथ आधुनिक विधियों व तकनीकियों को भी अपनाना होगा। गणित प्रयोगशाला सीखने का अवसर के साथ-साथ गणन मशीन व कम्प्यूटर के प्रयोग का परिचय तथा एक आकार प्रदान करती है। जिससे छात्र अपने स्वतंत्र अध्ययन कार्यों को विकसित कर सकते हैं।

गणित में प्रयोगशाला का प्रत्यय काफी पुराना है। शिकागो विश्वविद्यालय के प्रो०ई०एच०मूरे (Prof.E.H.Murey) ने सन् 1902 में अमेरिकन मैथेमेटिक्स सोसाइटी को सम्बोधित करते हुये कहा था- “विद्यार्थियों को अवलोकन शक्ति, प्रयोग एवं अभिशक्ति तथा निगमन शक्ति में प्रशिक्षित करना, तब तक असम्भव होगा, जब तक कि गणित को सीधे ठोस स्वरूप से न जोड़ा जाये तथा सुधार के इस कार्य को गणित व भौतिकी में सम्पूर्ण रूप से अनुदेशन की प्रयोगशाला विधि का विकास कहा जाता है।”

गणित प्रयोगशाला के प्रत्येक क्रिया गणित कार्यक्रम के अनुदेशात्मक उद्देश्यों पर आधारित योजनानुसार होना चाहिए अर्थात् सभी क्रियायें आवश्यक रूप से होनी अनिवार्य होती है। प्रयोगशाला का वातावरण सामान्य, सुखमय एवं संरचित होना चाहिए। जहां प्रत्येक छात्र अधिक से अधिक अधिगम के अवसर को प्राप्त कर सके। इसके लिए अध्यापकगणों के प्रत्येक विद्यार्थी के विकास के मूल्यांकन पर विशेष ध्यान देना चाहिए। गणित प्रयोगशाला में अनेक उपकरण होते हैं जिससे गणना करना एवं मापन करना सीखा जाता है परन्तु इन उपकरणों के प्रयोग में दक्षता व

कुशलता की आवश्यकता होती है जो प्रयोगशाला में किये गये प्रयोगों द्वारा ही प्राप्त हो सकती है। गणना हेतु गणन मशीन होती है जिससे छात्रों को गणना करने का प्रशिक्षण दिया जाता है। इससे छात्र कक्षा के अन्दर व बाहर कार्य क्षेत्रों में इमारतों, खेतों, ट्रैक बनाने, खेलकूद के मैदान, सर्वे व नक्शा बनाना सीखते हैं। छात्र इन विधियों का प्रयोग व्यवहारिक जीवन में, दैनिक कार्यों में एवं व्यवसायिक जीवन में सफलता पूर्वक कर सकेंगे। कुछ महत्वपूर्ण प्रयोगशाला उपकरण निम्न हैं- कोण दर्पण (Angle Mirror) पीते, सेक्स टैन्ट, (Sextent) स्लाइड रूल (Slide Rule) पैमाना (Scale), परकार (conps), डाइंगबोर्ड (Drawing Board), टी-स्क्वायर (T-Square), स्लाइड्स (Slides), तथा (Film) आदि हैं।

### 1- गणित प्रयोगशाला की आवश्यकता महत्व एवं कार्य-

- i. प्रयोगशाला में बालक का ज्ञान अधिक स्थाई हो जाता है क्योंकि बालक स्वयं करके सीखते हैं।
- ii. बालक प्रयोगशाला में प्रयोग करके सीखते हैं जिससे उनके व्यावहारिक एवं क्रियात्मक दोनों ज्ञान प्राप्त होते हैं।
- iii. प्रयोगशाला कार्य के दौरान विद्यार्थी गणित अध्ययन में अधिक रूचि लेते हैं।
- iv. छात्रों में रचनात्मक और अनुसंधानात्मक दृष्टिकोण विकसित होता है।
- v. गणित प्रयोग करने से बच्चों की जिज्ञासाओं की सन्तुष्टि होती है।
- vi. विभिन्न प्रकार की गणितीय कुशलताओं का विकास होता है, जैसे- माप-तौल करना, चित्र व आकृतियों एवं मॉडल बनाने में कुशलता आदि।
- vii. आगमनात्मक चिन्तन का विकास के साथ-साथ आत्मविश्वास, आत्मनिर्भरता, तथा प्रयोग करने की योग्यता का विकास होता है।
- viii. वैज्ञानिक दृष्टिकोण विकसित होने के साथ स्वतंत्र रूप से कार्य करने एवं निष्कर्षों को प्राप्त करने में सफल होते हैं इससे बच्चों में उपलब्धि भावना का निर्माण होता है।
- ix. आपसी सहयोग बड़ी भावना के विकास के साथ सामाजिकता की भावना का भी विकास होता है।

### अभ्यास प्रश्न

1. गणित प्रयोगशाला मात्र एक भौतिक स्थान होता है। (सत्य/ असत्य)
2. गणित प्रयोग करने से बच्चों की जिज्ञासाओं की सन्तुष्टि होती है। (सत्य/ असत्य)
3. कोण दर्पण का गणित प्रयोगशाला में इस्तेमाल नहीं होता है। (सत्य/ असत्य)
4. स्लाइड रूल का गणित प्रयोगशाला में इस्तेमाल होता है। (सत्य/ असत्य)

## 4.4 विशेष आवश्यकता वाले बच्चों के लिए संसाधन कक्ष की आवश्यकता एवं महत्व

विशेष आवश्यकता वाले या दिव्यांग विद्यार्थियों की विशेष आवश्यकताएं होती हैं जिसकी पूर्ति का दारोमदार विशेष शिक्षकों पर होता है इन विशेष आवश्यकताओं को विशेष पाठ्यक्रम में शामिल किया जाता है, जिस हेतु विशेष शिक्षण सामग्री की आवश्यकता होती है। विशेष विद्यालयों में तो इस जिम्मेदारी को कक्षा में ही पूरा किया जा सकता है परन्तु एकीकृत/समावेशित विद्यालयों में इस हेतु संसाधन कक्ष की आवश्यकता होती है।

**अर्थ एवं आवश्यकता** –संसाधन शब्द दो शब्दों से मिलकर बना है- सं + साधन। सं का अर्थ है सहित व साधन का अर्थ है सामग्री, अर्थात् वह कक्ष जो सामग्री सहित हो अर्थात् वह कक्ष जहां विशेष आवश्यकताओं के आधार पर विशेष सामग्री हो जिसके द्वारा दिव्यांग विद्यार्थियों की विशेष आवश्यकता की पूर्ति की जा सके। इसे संपूरक कक्ष भी कहा जाता है। अर्थात् यह कक्ष दिव्यांग विद्यार्थियों की क्षतिपूरक के रूप में कार्य करती है।

सामान्य विद्यालयों में एकीकृत शिक्षा व समावेशी शिक्षा योजना के अन्तर्गत संसाधन कक्ष प्रारूप में संसाधन कक्ष विद्यालयों का एक महत्वपूर्ण भाग माना जाता है। जहां दिव्यांगों विद्यार्थियों के शिक्षा कार्य हेतु विशेष सामग्री होती है। ज्ञानेन्द्रिय एवं आंगिक चुनौतियों के कारण दिव्यांग विद्यार्थियों के अन्य शारीरिक व मानसिक क्षमताओं पर निर्भर रहना पड़ता है जिनके प्रशिक्षण हेतु उचित सहायक सामग्री उपलब्ध होती है संसाधन कक्ष में दिव्यांग विद्यार्थियों द्वारा प्रतिदिन जाकर संसाधन शिक्षकों से प्रशिक्षण प्राप्त किया जाता है। यह प्रशिक्षण व्यक्तिगत रूप से दिव्यांग विद्यार्थियों को प्रदान कराया जाता है। दिव्यांग विद्यार्थियों द्वारा क्रियाशील शारीरिक व मानसिक क्षमताओं के द्वारा संसाधन कक्ष में प्रशिक्षण प्राप्त किया जाता है। यहां मौजूद विशेष व्यवस्थाएं अत्यंत ही खर्चीली तथा स्थान घेरने वाली होती हैं जिसकी आवश्यकता प्रतिदिन दिव्यांग विद्यार्थियों को होती है। अतः इन दिव्यांग विद्यार्थियों के शैक्षणिक कक्षा का होना नियतांत आवश्यक है। यहां प्रदत्त प्रशिक्षण का मुख्य उद्देश्य दिव्यांग विद्यार्थियों को अन्य तथाकथित सामान्य विद्यार्थियों के साथ मुख्य धारा में जोड़े जा सकने से है।

**संसाधन कक्ष की संरचना** - संसाधन कक्ष को तैयार करने के लिए कुछ आवश्यक बिन्दुओं पर ध्यानाकर्षण किया जाना चाहिए-

1. संसाधन कक्ष तक पहुंचने हेतु सरल व सुगम मार्ग जैसे अनुकूलित सीढ़ियां व मानकीकृत रैम्प होने चाहिए।
2. संसाधन कक्ष में उचित प्रकाश, वायु, बैठने व कार्य करने हेतु मेज व कुर्सियों के उपलब्धता के साथ-साथ एक स्थान से दूसरे स्थान तक आवागमन हेतु पर्याप्त खाली स्थान होना चाहिए।

3. संसाधन को विद्यार्थियों के अनुकूल रखने हेतु उचित व्यवस्था होनी चाहिए जिनमें आलमारियां व रैक्स शामिल किये जा सकते हैं तथा ध्यान रखा जाय कि इन तक पहुंच सभी तरह के दिव्यांग विद्यार्थी रख सकें।
4. विशेष विद्यार्थियों की आवश्यकताओं को पहचान कर उपयुक्त सहायक सामग्री की उपलब्धता सुनिश्चित की जानी चाहिए।
5. उपयुक्त प्रशिक्षित अध्यापकों की उपस्थिति संसाधन कक्ष में होने वाली गतिविधियों को संचालित करने के लिए नितान्त आवश्यक है।

### संसाधन कक्ष के कार्य

- i. दिव्यांग विद्यार्थियों की शारीरिक व ज्ञानेन्द्रिय चुनौतियों को कम करना होता है।
- ii. दिव्यांग विद्यार्थियों को उनके शैक्षिक कार्य में सहायता प्रदान करना होता है।
- iii. दिव्यांग विद्यार्थियों से किसी भी प्रकार की हीनभावना को दूर करने का प्रयास किया जाना है।
- iv. दिव्यांग विद्यार्थियों को समाज की मुख्य धारा (समाजीकरण)से जोड़ने का कार्य करता है।
- v. संसाधन कक्ष दिव्यांग विद्यार्थियों की चुनौतियों को मजबूती में बदलकर समावेशन की अवधारणा को सफल बनाने का कार्य करता है।
- vi. यह संसाधन कक्ष शिक्षा के मुख्य उद्देश्य, समानता व शिक्षा पर सबका बराबर अधिकार दिलाने का कार्य करता है।
- vii. दिव्यांग विद्यार्थियों को यह संसाधन कक्ष आत्मनिर्भर बनाकर मनोवैज्ञानिक रूप से मजबूती प्रदान करता है।
- viii. संसाधन कक्ष समाज को सकारात्मक नजरिया विकसित कराने में सहायक होता है।

**संसाधन कक्ष का महत्व** – संसाधन कक्ष की उपयोगिता अपने आप में समानता के भाव को विकसित करने एक जीवंत स्थान माना जा सकता है। जहां दिव्यांग विद्यार्थियों (विशेष आवश्यकता वाले) की विशेष आवश्यकताओं की प्रशिक्षण के जरिये कम करके शिक्षा प्रक्रिया की सामान्य धारा में जोड़ने का कार्य यहां की उपदेयता को सुनिश्चित करता है जिससे सामाजिक एकीकरण तथा शिक्षा के सर्वांगीकरण में सहायक होती है। यदि उक्त व्यवस्था को अस्वीकार किया गया तो निश्चित रूप से सम्पूर्ण शिक्षा जगत के लिए यह हास्यास्पद होगा तात्पर्य सुझाये गये समाधान को संज्ञान रखते हुए सभी शिक्षा प्रक्रिया से जुड़े व्यक्तियों को इस प्रक्रिया से जुड़े व्यक्तियों को इस प्रक्रिया में सहभागी बनाना चाहिए। जिससे वैश्वीकरण के इस दौर में विकास के उच्चप्रय सोपानो को प्राप्त करने में दिव्यांगों का योगदान भी सुनिश्चित किया जा सके तथा शिक्षा सबकी है, सबके लिए है तथा एक-दूसरे के द्वारा है, इस बात को संपूर्ण कर सके तथा सब पढ़े, सब बड़े सरीखे सकारात्मक विचारों को चरम गति प्रदान कर सके।

## अभ्यास प्रश्न

5. ....विशेष विद्यार्थियों की शिक्षा सम्बन्धित विशेष आवश्यकता को पूरे करते है?
6. संसाधन कक्ष होता है..... ।
7. संसाधन शब्द दो शब्दों से मिलकर बना है- सं + ..... ।
8. यह संसाधन कक्ष शिक्षा के मुख्य उद्देश्य ..... व शिक्षा पर सबका बराबर अधिकार दिलाने का कार्य करता है।

#### 4.5 गणित प्रयोगशाला को अधिगम संसाधन की तरह स्थापित करना तथा प्रयोग करना

गणित प्रयोगशाला ऐसा भौतिक स्थान है जहां छात्र को गणित सम्बन्धी प्रत्ययों, सूत्रों, सिध्दान्तों एवं प्रमेयों को वैज्ञानिक ढंग से समझने हेतु अनेक उपकरणों, सर्वे यंत्रों तथा अनुदेशात्मक शिक्षण सामग्रियां उपलब्ध रहती है। इन संसाधनों के विषय में अध्ययन तथा इनका तथा वैज्ञानिक उपयोग करना ही विद्यार्थियों के लिए अधिगम है। इन अधिगम संसाधनों के प्रयोग से विद्यार्थियों में रचनात्मक एवं अनुसंधानात्मक दृष्टिकोण विकसित होता है जिससे छात्रों में आत्म निर्भरता, एवं आत्म विश्वास के साथ आगनात्मक चिन्तन की योग्यताओं का भी विकास होता है।

प्रयोगशाला अधिगम संसाधनों में पत्र-पत्रिकायें, प्रिंट तथा बहुसंचार संसाधन, दृश्यश्रव्य सामग्रियां, कम्प्यूटर, प्रोजेक्टर इत्यादि संसाधन उपलब्ध रहते है। प्रयोगशाला की आन्तरिक संरचना में रोशनी युक्त कमरे, स्वच्छ तथा सुखद वातावरण छात्रों को आकर्षित करता है। जिससे कि वे प्रयोगिक कार्य एवं शोध कार्यों में रुचि ले सकते है जो उनके अधिगम कार्य को विकसित करता है।

गणित प्रयोगशाला को अधिगम संसाधन के रूप में प्रयोग होने वाले कुछ संसाधन का वर्णन निम्न है-

#### 4.6 प्रिंट तथा बहुसंचार संसाधन- टेक्स्ट बुक्स ,जर्नल्स और मैगजीन्स

Print Media :- प्रिंट मीडिया से मतलब ‘समाचार पत्र और पत्रिकाओं द्वारा जनसंपर्क का एक लिखित माध्यम’ देश-विदेश में होने वाली घटनाओं, वैज्ञानिक खोजों, ऐतिहासिक खोजों, राजनैतिक घटना चक्रों, सामाजिक –आर्थिक क्रियाओं एवं खेल-कूद की सम्पूर्ण जानकारी या सूचनायें प्रिंट मीडिया के माध्यम से लोगों एवं उनके घरों तक आसानी से प्राप्त हो जाती है। प्रिंट मीडिया ही वह माध्यम है जो लोगों में जागरूकता का प्रवाह तीव्र करता है, लोगों की प्रगति एवं विकास में सही दिशा प्रदर्शित करता है। ये कम खर्चे में सभी के लिए सुलभ होता है। प्रिंट मीडिया के अन्तर्गत, दैनिक समाचार पत्र-पत्रिकायें, उपन्यास, किताबे, साहित्य इत्यादि आते है। विद्यार्थी जो टेक्स्ट (Text Book) पढ़ते है वो प्रिंट मीडिया का ही उदाहरण है।

Multimedia Resources:- मल्टीमीडिया कई सारे तत्व जैसे- Text, Image, Art, Sound, Animation और वीडियो इत्यादि का सम्मिश्रण Combination है। इन तत्वों को किसी कम्प्यूटर या किसी दूसरी इलेक्ट्रॉनिक डिवाइस के माध्यम से प्रदान किया जाता है। मल्टीमीडिया आज के दौर

में सूचना तथा तकनीकी का अत्यधिक महत्वपूर्ण तथा प्रसिद्ध क्षेत्र है। मल्टीमीडिया दो शब्दों से मिलकर बना है।

मल्टीमीडिया, मल्टी का अर्थ है- बहुत सारे तथा मीडिया का अर्थ है- पैकेज या तत्व (Elements) जैसे- Text, Image, Audio, Video, Animation आदि।

मल्टीमीडिया, का अर्थ है कि कम्प्यूटर की सूचनाओं को ऑडियो, वीडियो, चित्रों तथा एनीमेशन इत्यादि के माध्यम से प्रस्तुत किया जा सकता है। कम्प्यूटर के क्षेत्र में हार्डवेयर के साथ-साथ सॉफ्टवेयर में भी काफी संशोधन हुये है। पहले हम कम्प्यूटर के माध्यम से Still चित्रों को ही एक स्थान से दूसरे स्थान अर्थात् दूसरे कम्प्यूटर के पास भेजे जा सकते है ये परन्तु आज के समय में हम एनीमेटेड-आडियो क्लिप, वीडियो क्लिप इत्यादि को मैसेज के रूप में एक कम्प्यूटर से दूसरे कम्प्यूटर के पास भेज सकते है। इसके अतिरिक्त हम किसी भी आडियो, वीडियो क्लिप के माध्यम से किसी भी तत्व में किसी भी तरह का संशोधन कर सकते है।

अतः मल्टीमीडिया, सूचना तकनीकी का वह क्षेत्र है जिसमें Text, Process, Store तथा Represent किया जा सकता है। एक यंत्र को मल्टीमीडिया डाटा तथा Application को प्रोसेस करने के योग्य होता है, उसे मल्टीमीडिया यंत्र कहते है।

मल्टीमीडिया संसाधन के प्रमुख घटक

- i. फिल्म डिवाइस – वीडियो कैमरा, वीडियो रिकार्डर आदि।
- ii. इनपुट डिवाइस – इसके अन्तर्गत माइक्रोफोन, कीबोर्ड, माइक, ग्राफिक्स, टेबलेट, 3D इनपुट डिवाइस आदि।
- iii. स्टोर डिवाइस – इसके अन्तर्गत हार्डडिस्क, CD-ROM, DVD- ROM इत्यादि।
- iv. संचार नेटवर्क – लोकल नेटवर्क, इन्टरनेट, मल्टीमीडिया नेटवर्क आदि।
- v. कम्प्यूटर सिस्टम – मल्टीमीडिया डेस्कटॉप मशीनें आदि।

Journals & Magazines :- विभिन्न समाचार पत्रों एवं पत्र-पत्रिकाओं के द्वारा शिक्षा गणित के कई पाठों के दैनिक जीवन से सम्बन्धित करके शिक्षण दिया जा सकता है। पत्र-पत्रिकाओं के लेखों या समाचारों से कई उदाहरण लेकर छात्रों को तथ्य स्पष्ट किये जा सकते है। समाचार पत्रों में प्रकाशित विभिन्न शाधों-कार्यों, अनुसंधानों तथा खोजों के विषय में विचार-विमर्श किया जा सकता है और इस प्रकार छात्रों को अधिक क्रियाशील बनाया जा सकता है।

---

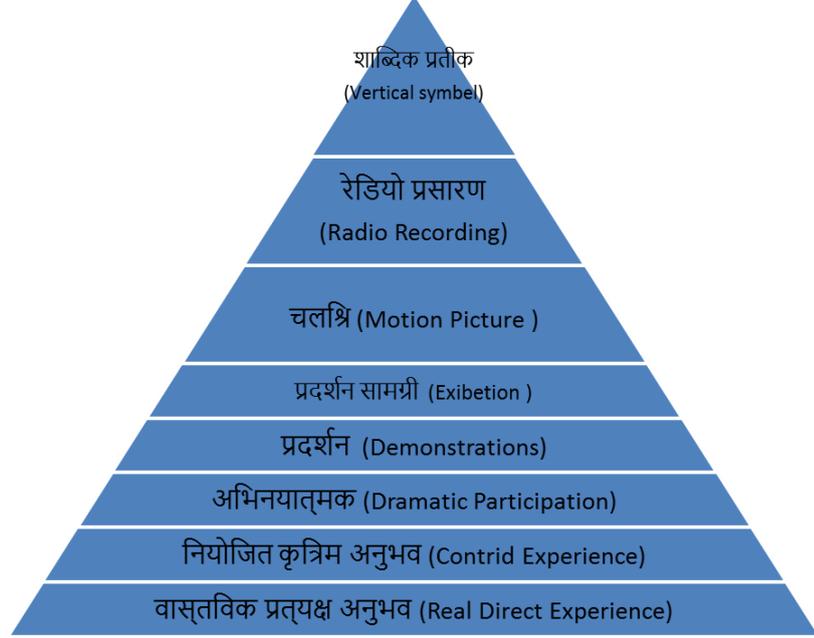
### अभ्यास प्रश्न

---

9. गणित प्रयोगशाला को अधिगम संसाधन के रूप में स्थापित करने में प्रिंट एवं मल्टीमीडिया सहायक है। (सत्य/असत्य)
10. गणित प्रयोगशाला में पत्र-पत्रिकाओं की उपस्थिति, अधिगम को विकसित करती है।

(सत्य/असत्य)

11. समाचार-पत्र एवं पत्रिकायें प्रिंट मीडिया नहीं है।(सत्य/असत्य)  
 12. जनसंपर्क का लिखित माध्यम ..... है?



13. सूचना तथा तकनीकी का अत्यधिक महत्वपूर्ण क्षेत्र ..... है?  
 14. आडियो-वीडियो तथा एनीमेशन के तत्व है? .....

#### 4.7 डेल का अनुभव शंकु

डेल का अनुभव शंकु (Dale's Cone of Experience)

एडलर डेल ने अपने अनुभव शंकु के माध्यम से शिक्षा क्षेत्र में आधुनिक तकनीकियों के प्रयोग को ठोस मनोवैज्ञानिक आधार प्रदान किया है। उन्होंने साफ्टवेयर और हार्डवेयर तकनीकियों द्वारा दी जाने वाले विभिन्न शिक्षण अधिगम विधियों, सामग्री तथा उपकरणों द्वारा व्यक्ति विशेष को विभिन्न प्रकारके अधिगम अनुभव अर्जित करने में किस प्रकार सहायक होगा, यह

एडलर डेलका अनुभव शंकु  
 (Edger Dale's Cone Experience)

सिद्ध करने में किस प्रकार सहायक होगा, यह सिद्ध करने हेतु अनुभव त्रिकोण को प्रदर्शित किया है।

प्रस्तुत चित्र से ज्ञात होता है, एडगर डेल ने अपने इस अनुभव शंकु में अनुभवों को ठोस प्रत्यक्ष से विशुद्ध अमूर्त चिंतन तक की ऊँचाई देने का प्रयास किया और बताया है कि किस वर्ग या प्रकार के अनुभवों के पासि में किस प्रकार से सहायक साधन या सामग्री या उपकरण अधिक उपयोगी सिद्ध हो सकता है। इस शंकु आकृति के शीर्ष से जैसे ही नीचे आधार की ओर बढ़ते हैं, यह ज्ञात होता है कि जिस प्रकार के अनुभव हमें विभिन्न उपकरण सामग्री के माध्यमों के उपभोग से हो रहे हैं वे क्रमशः जटिल से सरल, सूक्ष्म से स्थूल तथा अप्रत्यक्ष से प्रत्यक्ष की ओर चले जाते हैं। अर्थात् जैसे ही हम आधार तल पर पहुँचते हैं हमें शिक्षण अधिगम को सबसे अधिक प्रभावशाली बनाने वाले वास्तविक अनुभवों की प्राप्ति होती है। शिक्षण अधिगम का प्रारंभिक चरण ऐसे ही वास्तविक प्रत्यक्ष अनुभवों से शुरू होता है, जैसे-जैसे आगे बढ़ते जाते हैं प्रत्यक्ष अनुभवों का स्थान अप्रत्यक्ष अनुभव तथा अर्भूत चिंतन लेता जाता है और इस विचार एवं बोध प्रक्रिया का अंतिम शीर्ष पड़ाव विशुद्ध चिंतन युक्त अनुभवों पर जाकर ठहरता है और इस तरह अधिगम कर्ता मात्र शब्दों और प्रतीकों द्वारा अधिगम प्राप्त करने में सक्षम हो जाता है। इस प्रकार जहाँ शब्द और मौखिक प्रतीक शिक्षण अधिगम हेतु सबसे अधिक अप्रत्यक्ष और अर्भूत अनुभव एवं काल्पनिक चिंतन भूमि प्रदान कराते हैं वही वास्तविक पदार्थों, क्रियाओं तथा परिस्थितियों के सम्पर्क से होने वाले प्रत्यक्ष अनुभव हमें ठोस एवं प्रत्यक्ष ज्ञानके अवबोध में सहायक होते हैं।

शिक्षक को यदि अपेक्षित उद्देश्यों को प्राप्त करना है तो निम्नलिखित दो बातों पर ध्यान देना आवश्यक है'

- (I) उपयुक्त अधिगम सामग्री।

## (II) उनका प्रभावपूर्ण उपयोग/प्रयोग।

शिक्षक को किसी विशेष ध्यान के शिक्षण व अनुदेशन देने के लिए निम्नलिखित सिद्धान्तों को ध्यान में रखना चाहिए'

- i. छात्र केन्द्रियता का सिद्धान्त - किसी सहायक सामग्री के उपयोग से पहले यह ध्यान देना चाहिए कि बालक की आयु, रूचि, योग्यता क्या है, तभी इनका प्रयोग करें जिससे छात्रों के इन सामग्रियों के उपयोग को समझने में किसी भी प्रकार की परेशानी का सामना नहीं करना पड़ेगा।
- ii. अभिप्रेरणा व रूचि का सिद्धान्त – प्रत्येक शिक्षण अधिगम कार्य का केन्द्र बिन्दु अभिप्रेरणा होती है। साफ्टवेयर व हार्डवेयर शिक्षण साधनों का प्रमुख उद्देश्य विद्यार्थियों के लिए ऐसे वातावरण का निर्माण करना है जो उनकी स्वाभाविक या प्रकृतिक रूचि, अभियोग्यता, प्रेरणा व जिज्ञासा, तथा सीखने के उत्साह को उत्पन्न कर सके।
- iii. शिक्षण – अधिगम उद्देश्य पूर्ति का सिद्धान्त – इसके अन्तर्गत हार्डवेयर तथा साफ्टवेयर शिक्षण अधिगम साधनों का प्रयोग इस प्रकार किया जाना चाहिए जिससे छात्रों में ज्ञानात्मक बोधात्मक, कौशलात्मक व प्रयोगात्मक ज्ञान का विकास हो सके।
- iv. संसाधनों से प्राप्त होने का सिद्धान्त – दृश्य-श्रव्य आर्थिकरूप से मितव्ययी होती है इसका आकार कक्षा में कमरों के आकार के अनुसार होना चाहिए। सहायक सामग्री के प्रभावपूर्ण प्रयोग के लिए प्रकृति को ध्यान में रखते हुये विशेष रूप से कुशल तथा अनुभवों शिक्षकों की उपलब्धि सुनिश्चित करनी चाहिए।

**अभ्यास प्रश्न**

15. एडलर डेल ने अपने अनुभव शंकु के माध्यम से शिक्षा क्षेत्र में आधुनिक तकनीकियों के प्रयोग को ठोस मनोवैज्ञानिक आधार प्रदान किया है। (सत्य/असत्य)
16. प्रत्येक शिक्षण अधिगम कार्य का केन्द्र बिन्दु अभिप्रेरणा होती है। (सत्य/असत्य)
17. किसी सहायक सामग्री का उपयोग बालक की आयु या रूचि पर आधारित नहीं होते हैं। (सत्य/असत्य)

**4.8 गणित प्रयोगशाला के लिए आवश्यक घटक**

गणित प्रयोगशाला स्थापना के दौरान विभाग के विभागध्याक्ष व एक या दो अध्यापकों की आवश्यकता होती है परन्तु इसे शिक्षण अधिगम केन्द्र के रूप में स्थापित करना सम्पूर्ण विभाग के सदस्यों के सहयोग पर निर्भर करता है। भौतिक सुविधाओं की दृष्टिकोण से गणित प्रयोगशाला किसी भी नवीन या स्थापित विद्यालय के लिए विशिष्ट स्थान होता है जिसमें गणित शिक्षण योजना के समस्त सुविधाओं एवं उपकरणों तथा दशाओं को उचित स्थान प्रदान करना चाहिए। प्रयोगशाला

कक्षा'-कक्ष से जुड़ा होना चाहिए जिससे विद्यार्थियों को दोनों कक्षाओं में जाने हेतु सुविधा रहे। प्रयोगशाला का आकार लगभग 800 वर्गफुट का होना चाहिए। इसमें फर्नीचर, जिसमें, गणन केन्द्र, मापनकेन्द्र, खेल केन्द्र, पालन केन्द्र आदि। गणन केन्द्र दीवार के साथ 10 इलैक्ट्रिक कैलकुलेटर के लिए मेज की ऊंचाई तक स्थायी होने के साथ सुरक्षित स्थाना होना चाहिए जिसका प्रत्येक छात्र व्यक्तिगत रूप से इनका प्रयोग कर सके। मापन केन्द्र में एक बहुउद्देशीय मेल जिसकी माप 30''x 70'' होनी चाहिए।

30'' x 72'' के माप का एक बहुउद्देशीय मेज रही जाये जिसका प्रयोग खेल केन्द्र के रूप में छात्र कर सके। एक पाठन केन्द्र जिसमें फर्श पर कार्पेट बिछा हो तथा आरामदायक सोफा व कुर्सियां तथा छोटी मेज होनी चाहिए।

नैदानिक तथा ट्यूटोरियल केन्द्र में तीन बड़ी मेजे, 30 कुर्सिया तथा 15 बड़ी मेजे होनी चाहिए। फाइल रखने हेतु अथवा संसाधनों की आवश्यकतानुसार संख्या बढ़ायी जा सकती है एक स्टोर जो प्रयोगशाला से जुड़ा या आस-पास होना चाहिए। प्रयोगशाला में ही विशाल व स्थायी स्क्रीन या पर्दा होना चाहिए, जिसका प्रयोग विद्यार्थी द्वारा सरल रूप से ज्ञान प्राप्त करना होता है।

गणित प्रयोगशाला उपकरणों में मुख्य रूप से गणना केन्द्र, जो कि विधुत कैलकुलेटर होता है। इसके अतिरिक्त इलैक्ट्रॉनिक कैलकुलेटर कम्प्यूटर टर्मिनल भी होता है। दूसरे दृश्य-श्रव्य सामग्री केन्द्र भी होता है जिसमें मुख्यतः

- टेप रिकार्ड
- ट्रांसपेरन्सी मेकर
- श्रवण स्टेशन
- ओवर हैड प्रोजेक्टर
- पोर्टेबिल स्क्रीन
- फिल्म स्ट्रीप प्रोजेक्टर
- फिल्म प्रोजेक्टर

सर्वे यंत्रों में मुख्यतःकोणदर्पण, समतल मेज एवं एलीडेट तथा हिप्सोमीटर तथा क्लीनोमीटर, इन दोनों यंत्रों का प्रयोग उचित व अवनति कोणों का मापन करना है तथा अप्रत्यक्ष रूप से वस्तुओं की ऊंचाई व दूरी नापने के काम आते है।

गणित प्रयोगशाला में अनुदेशात्मक सामग्रियों के चयन हेतु निम्न सामग्री जिसमें मुख्यतः निदान एवं प्रगति सम्बन्धित रिकार्ड होते।

- व्यक्तिगत अभिलेख जिसमें मुख्यतः निदान एवं प्रगति सम्बन्धित रिकार्ड होते है।

- उपलब्धि परीक्षण, जो गणित में प्रगति के मापन हेतु होता है।
- गणना कौशल विकास सामग्री जैसे- कैलकुलेटर, कार्य पुस्तक आदि।
- वास्तविक जीवन से सम्बन्धित समस्याओं का संकलन करने एवं अन्य व्यावसायिक सामग्री के रूप में समस्या समाधान सामग्री को होना चाहिए।
- निदानात्मक परीक्षणों की व्यवस्था करना जिससे विद्यार्थियों की कमजोरियों का दूर किया जा सके।
- समस्या-समाधान में उपलब्धि के स्तर की गणना, पढ़ाई के स्तर की गणना, सम्बन्धी कुशलताओं के स्तर तथा मापन उपलब्धियों के स्तरों आदि का अभिलेख तैयार करना।
- आवश्यक तथा प्रभावी श्रुत्य दृश्य सामग्री-चार्ट, मॉडल विभिन्न प्रकार की ज्यामितीय आकृतियां आदि।
- ड्राइंग उपकरण – परकार, पटरी, पेन्सिल, सैट स्क्वायर आदि।

गणित विषय के शिक्षण में चार्ट, आरेख ग्राफ तथा का प्रयोग विषय को सरल, सुगम्य तथा बोधात्मक बनाने का कार्य करते हैं। विद्यार्थियों को प्रत्यय को समझने तथा अपने ज्ञान में परिमार्जन करने में आसानी होती है। अतः चार्ट या आरेख (Chart of Graph) प्रतिमान (Model) आदि का संक्षिप्त वर्णन अग्रांकित किया गया है-

### चार्ट या आरेख (Chart or Graphs)

चार्ट तथा रेखाचित्रों के माध्यम से छात्र प्रत्यक्ष अनुभव द्वारा सरलता से ज्ञान प्राप्त कर लेते हैं। दृश्य सामग्रियों में सर्वाधिक प्रयोग होने वाली सामग्रियों में चार्ट या आरेख ही है जिस शब्द, संकेत, चित्र रेखाओं की सहायता से निर्मित किया जाता है। इसमें गणितीय सूत्रों, या नियमों, विचारों या प्रमेयों को एक क्रमबद्ध ढंग से प्रदर्शित किया जाता है। गणित शिक्षण को अत्यधिक सफल बनाने के लिए चार्ट व आरेख/रेखाचित्रों को प्रभावशाली ढंग से प्रयोग किया जाता है। वेबस्टर्स शब्द कोष में रेखाचित्र को प्रस्तुत करते हुये है कि “गणितीय या वैज्ञानिक प्रयोजनों के लिए बनाये गये रेखांकनों, यांत्रिक रेखा चित्रों या ज्यामितीय चित्र को रेखाचित्र कहते हैं।”

रेखा चित्रों के माध्यम से तथ्यों या विचारों को प्रस्तुत किया जाता है इसीलिए इसे किसी वस्तु या प्रक्रिया का कंकाल कहा जाता है।

चार्ट कई प्रकार के हो सकते हैं-

- पिक्टोरियल (Pictorial Chart)
- संगठनात्मक (Organizational Chart)
- प्रवाह (Flow Chart)

- समय या सारणीबद्ध (Time or Table Chart)
- लाइन एवं हड़ (Line & Bar Chart)
- चार्ट प्रयोग के दौरान ध्यान देने योग्य बातें –
- चार्ट का आकार इतना बड़ा हो ताकि कक्षा के सभी छात्रों को देखने में समस्या न हो।
- यह चमकीले रंगों से स्पष्ट बना होना चाहिए।
- कक्षा में प्रदर्शित करने हेतु पर्याप्त समान होना चाहिए।
- संकेतक का प्रयोग, चार्ट प्रदर्शन के समय अवश्य करें।
- दिखाई जाने वाली वस्तु, आकृति तथा रंगों का प्रयोग वास्तविक वस्तु के अनुपात में बराबर होनी चाहिए।
- विद्यार्थियों के रुचि के अनुकूल होना चाहिए।

**प्रतिमान (Model) :** प्रतिमान से तात्पर्य उस वस्तु की नकल या बनावट से है जिसके माध्यम से छात्रों को सही जानकारी प्राप्त हो सके। प्रतिमानों को शिक्षक स्वयं अथवा छात्र शिक्षक के निर्देशानुसार बना सकते हैं। मॉडल प्रायः आकार में बड़े तथा दिखने में स्पष्ट साफ-सूथरा होना चाहिए। गणित शिक्षण में विभिन्न सूत्रों, सिद्धान्तों, प्रमेयों तथा अन्य समस्याओं के शिक्षण के लिए अलग-अलग प्रकार के प्रतिमानों का प्रयोग किया जा सकता है। अध्यापक शिक्षण कार्य के दौरान प्रतिमानों को तभी प्रदर्शित करते हैं जब उन आकृतियों या प्रत्यय सभी वास्तविक वस्तु को कक्षा-कक्ष में प्रदर्शित करने में असमर्थ होता है। परन्तु प्रतिमान तभी अच्छा माना जायेगा जब वह वास्तविक वस्तु का प्रतिनिधित्व करने में सफल हो।

### अभ्यास

18. प्रतिमान से तात्पर्य उस वस्तु की नकल या ..... से है जिसके माध्यम से छात्रों को सही जानकारी प्राप्त हो सके।
19. गणितीय या वैज्ञानिक प्रयोजनों के लिए बनाये गये रेखांकनों, यांत्रिक रेखा चित्रों या ज्यामितीय चित्र को..... कहते हैं।
20. गणित प्रयोगशाला उपकरणों में मुख्य रूप से ..... जो कि विधुत केलकुलेटर होता है।

## 4.9 सारांश

गणित प्रयोगशाला मात्र एक भौतिक स्थान न होकर एक उद्देश्यपरक कक्ष होता है। जहां बालक कार्य करके गणित के प्रति अपनी अनिच्छा को समाप्त कर रुचि उत्पन्न कर सकता है। यहां मात्र गणित विषय के कठिन सिद्धान्तों व तथ्यों को प्रयोग द्वारा सिद्ध या सत्यापित करके समझने का सार्थक

प्रयास किया जाता है। अतः हमें परम्परागत विधियों के साथ-साथ आधुनिक विधियों व तकनीकियों को भी अपनाना होगा। गणित प्रयोगशाला सीखने का अवसर के साथ-साथ गणन मशीन व कम्प्यूटर के प्रयोग का परिचय तथा एक आकार प्रदान करती है। जिससे छात्र अपने स्वतंत्र अध्ययन कार्यों को विकसित कर सकते हैं। कुछ महत्वपूर्ण प्रयोगशाला उपकरण निम्न हैं- कोण दर्पण, सेक्स टैन्ट, स्लाइड रूल पैमाना, परकार, डाइगबोर्ड, टी-स्क्वायर, स्लाइड्स आदि हैं। विशेष आवश्यकता वाले या दिव्यांग विद्यार्थियों की विशेष आवश्यकताएं होती हैं जिसकी पूर्ति का दारोमदार विशेष शिक्षकों पर होता है इन विशेष आवश्यकताओं को विशेष पाठ्यक्रम में शामिल किया जाता है, जिस हेतु विशेष शिक्षण सामग्री की आवश्यकता होती है। संसाधन शब्द दो शब्दों से मिलकर बना है- सं + साधना। सं का अर्थ है सहित व साधन का अर्थ है सामग्री। संसाधन कक्ष की उपयोगिता अपने आप में समानता के भाव को विकसित करने एक जीवंत स्थान माना जा सकता है। जहां दिव्यांग विद्यार्थियों (विशेष आवश्यकता वाले) की विशेष आवश्यकताओं की प्रशिक्षण के जरिये कम करके शिक्षा प्रक्रिया की सामान्य धारा में जोड़ने का कार्य यहां की उपदेयता को सुनिश्चित करता है जिससे सामाजिक एकीकरण तथा शिक्षा के सर्वांगीकरण में सहायक होती है। गणित प्रयोगशाला ऐसा भौतिक स्थान है जहां छात्र को गणित सम्बन्धी प्रत्ययों, सूत्रों, सिद्धान्तों एवं प्रमेयों को वैज्ञानिक ढंग से समझने हेतु अनेक उपकरणों, सर्वे यंत्रों तथा अनुदेशात्मक शिक्षण सामग्रियां उपलब्ध रहती हैं। इन संसाधनों के विषय में अध्ययन तथा इनका तथा वैज्ञानिक उपयोग करना ही विद्यार्थियों के लिए अधिगम है। इन अधिगम संसाधनों के प्रयोग से विद्यार्थियों में रचनात्मक एवं अनुसंधानात्मक दृष्टिकोण विकसित होता है जिससे छात्रों में आत्म निर्भरता, एवं आत्म विश्वास के साथ आगनात्मक चिन्तन की योग्यताओं का भी विकास होता है।

प्रिंट मीडिया से मतलब “समाचार पत्र और पत्रिकाओं द्वारा जनसंपर्क का एक लिखित माध्यम” देश-विदेश में होने वाली घटनाओं, वैज्ञानिक खोजों, ऐतिहासिक खोजों, राजनैतिक घटना चक्रों, सामाजिक-आर्थिक क्रियाओं एवं खेल-कूद की सम्पूर्ण जानकारी या सूचनायें प्रिंट मीडिया के माध्यम से लोगों एवं उनके घरों तक आसानी से प्राप्त हो जाती हैं। एडलर डेल ने अपने अनुभव शंकु के माध्यम से शिक्षा क्षेत्र में आधुनिक तकनीकियों के प्रयोग को ठोस मनोवैज्ञानिक आधार प्रदान किया है। उन्होंने साफ्टवेयर और हार्डवेयर तकनीकियों द्वारा दी जाने वाले विभिन्न शिक्षण अधिगम विधियाँ, सामग्री तथा उपकरणों द्वारा व्यक्ति विशेष को विभिन्न प्रकारके अधिगम अनुभव अर्जित करने में किस प्रकार सहायक होगा। इस प्रकार जहां शब्द और मौखिक प्रतीक शिक्षण अधिगम हेतु सबसे अधिक अप्रत्यक्ष और अर्भूत अनुभव एवं काल्पनिक चिन्तन भूमि प्रदान करते हैं वही वास्तविक पदार्थों, क्रियाओं तथा परिस्थितियों के सम्पर्क से होने वाले प्रत्यक्ष अनुभव हमें ठोस एवं प्रत्यक्ष ज्ञानके अवबोध में सहायक होते हैं। शिक्षक को यदि अपेक्षित उद्देश्यों को प्राप्त करना है तो निम्नलिखित दो बातों पर ध्यान देना आवश्यक है: - उपयुक्त अधिगम सामग्री और उनका प्रभावपूर्ण उपयोग/प्रयोग। शिक्षक को किसी विशेष ध्यान के शिक्षण व अनुदेशन देने के लिए निम्नलिखित सिद्धान्तों को ध्यान में रखना चाहिए: - छात्र केन्द्रियता का सिद्धान्त, अभिप्रेरणा व रुचि का सिद्धान्त, शिक्षण – अधिगम उद्देश्य पूर्ति का सिद्धान्त, संसाधनों से प्राप्त होने का सिद्धान्त। गणित

प्रयोगशाला उपकरणों में मुख्य रूप से गणना केन्द्र, जो कि विधुत केलकुलेटर होता है। इसके अतिरिक्त इलैक्ट्रानिक केलकुलेटर कम्प्यूटर टर्मिनल भी होता है। सर्वे यंत्रों में मुख्यतः कोणदर्पण, समतल मेज एवं एलीडेड तथा हिप्सोमीटर तथा क्लीनोमीटर, इन दोनों यंत्रों का प्रयोग उचित व अवनति कोणों का मापन करना है तथा अप्रत्यक्ष रूप से वस्तुओं की ऊंचाई व दूरी नापने के काम आते हैं।

गणित विषय के शिक्षण में चार्ट, आरेख ग्राफ तथा का प्रयोग विषय को सरल, सुगम्य तथा बोधात्मक बनाने का कार्य करते हैं। विद्यार्थियों को प्रत्यय को समझने तथा अपने ज्ञान में परिमार्जन करने में आसानी होती है। चार्ट तथा रेखाचित्रों के माध्यम से छात्र प्रत्यक्ष अनुभव द्वारा सरलता से ज्ञान प्राप्त कर लेते हैं। दृश्य सामग्रियों में सर्वाधिक प्रयोग होने वाली सामग्रियों में चार्ट या आरेख ही है जिस शब्द, संकेत, चित्र रेखाओं की सहायता से निर्मित किया जाता है। इसमें गणितीय सूत्रों, या नियमों, विचारों या प्रमेयों को एक क्रमबद्ध ढंग से प्रदर्शित किया जाता है। प्रतिमान से तात्पर्य उस वस्तु की नकल या बनावट से है जिसके माध्यम से छात्रों को सही जानकारी प्राप्त हो सके। प्रतिमानों को शिक्षक स्वयं अथवा छात्र शिक्षक के निर्देशानुसार बना सकते हैं।

---

#### 4.10 अभ्यास प्रश्नों के उत्तर

---

1. असत्य
2. सत्य
3. असत्य
4. सत्य
5. (संसाधन कक्ष के द्वारा)
6. (विद्यालय का अभिन्न भाग)
7. (साधन)
8. (समानता)
9. सत्य
10. सत्य
11. असत्य
12. (प्रिंट मीडिया)
13. (मल्टीमीडिया)

- 
14. (मल्टीमीडिया)
  15. सत्य
  16. सत्य
  17. असत्य
  18. (बनावट)
  19. (रेखाचित्र)
  20. (गणना केन्द्र )

---

#### 4.11 संदर्भ ग्रन्थ सूची

---

1. राष्ट्रीय पाठ्यचर्या 2005, रा.शै.अनु.प्र.प., 2006
2. गणित शिक्षण, राष्ट्रीय फोकस समूह का आधार पत्रा, रा. शै. अनु. प्र. प., 2006
3. गणित का पाठ्यक्रम, रा. शै. अनु. प्र. प., 2006
4. गणित में झलकती संस्कृति, गुणाकर मुले, राजकमल प्रकाशन, 2006
5. Chambers, P. (2010). Teaching Mathematics, Sage Publication, New Delhi.
6. Chapman, L.R. (1970). The Process of Learning Mathematics, New York: Pergamon Press.
7. David, A.H., Maggle, M.K., & Louann, H.L. (2007). Teaching Mathematics Meaningfully: Solutions for Reaching Struggling Learners, Canada: Amazon Books.
8. Gupta, H. N., & Shankaran, V. (Ed.), (1984). Content-Cum-Methodology of Teaching Mathematics. NCERT, New Delhi.
9. James, A. (2005). Teaching of Mathematics, New Delhi: Neelkamal Publication.
10. Kumar, S. (2009). Teaching of Mathematics, New Delhi: Anmol Publications.
11. Mangal, S.K. (1993). Teaching of Mathematics, New Delhi: Arya Book Depot.
12. Siddhu, K.S. (1990). Teaching of Mathematics, New Delhi: Sterling Publishers.

---

**Suggested Readings**

13. Keeley, P. K., & Cheryl, T. R. (2011). Mathematics Formative Assessment, Canada: Sage Publications.
14. National Curriculum Framework for Teacher Education. (2009). NCTE, New Delhi.

---

**4.12 निबन्धनात्मक प्रश्न**

---

1. गणित प्रयोगशाला की आवश्यकता, महत्व एवं कार्य की व्याख्या करें।
2. विशेष आवश्यकता वाले बच्चों के लिए संसाधन कक्ष की आवश्यकता एवं महत्व का वर्णन करें।
3. गणित प्रयोगशाला को अधिगम संसाधन की तरह स्थापित कैसे करेंगे?
4. प्रिंट तथा बहुसंचार संसाधन की व्याख्या करें।
5. डेल का अनुभव शंकु की व्याख्या करें।
6. गणित प्रयोगशाला के लिए आवश्यक घटक क्या क्या हैं, विस्तार से चर्चा करें?

## इकाई 5 - सूचना एवं संचार प्रौद्योगिकी तथा गणित शिक्षा

- 5.1 प्रस्तावना
- 5.2 उद्देश्य
- 5.3 सूचना एवं संचार प्रौद्योगिकी के विभिन्न प्रकार
- 5.4 गणित शिक्षा में उपयोगी श्रव्य दृश्य सामग्री
  - 5.4.1 शैक्षिक दूरदर्शन
  - 5.4.2 कंप्यूटर का प्रयोग
  - 5.4.3 इंटरनेट
  - 5.4.4 खुली शिक्षा संसाधन
  - 5.4.5 समावेशी शिक्षा के लिए मीडिया चयन को प्रभावित करने वाले कारक
  - 5.4.6 सूचना एवं संचार प्रौद्योगिकी के सार्थक उपयोग के लिए कौशल का विकास
- 5.5 सोशल नेटवर्किंग साइट्स के माध्यम से गणित सीखना
- 5.6 गणित में आकलन के लिए संचार प्रौद्योगिकी का उपयोग
- 5.7 सारांश
- 5.8 शब्दावली
- 5.9 संदर्भ ग्रंथ सूची
- 5.10 निबंधात्मक प्रश्न

### 5.1 प्रस्तावना

इस इकाई में सूचना एवं संचार प्रौद्योगिकी एवं गणित शिक्षा से संबंधित आवश्यक जानकारी प्रस्तुत किया गया है। गणित प्राचीनकाल से ही जन जन के लिए आवश्यक विषय माना जाता है। दैनिक जीवन में इसका उपयोग सर्वाधिक है। वर्तमान समय को प्रौद्योगिकी का वर्चस्ववाला समय माना जाता है। इस प्रकार से समय की आवश्यकता है कि हम सूचना एवं संचार प्रौद्योगिकी का इस्तेमाल करके गणित पढ़ने से विषय को रोचक ढंग से प्रस्तुत किया जा सकता है। साथ ही इस विषय को जो छात्र/छात्राएं कठिन विषय के रूप में मानते हैं उन्हें भी प्रौद्योगिकी के माध्यम से आसान करके समझाया जा सकता है। प्रस्तुत इकाई में सूचना एवं संचार प्रौद्योगिकी के विभिन्न प्रकार, गणित शिक्षा में उपयोगी, श्रव्य, दृश्य सामग्री का उपयोग यथा शैक्षिक दूरदर्शन के लिए कम्प्यूटर का उपयोग आदि

को विस्तार पूर्वक अध्ययन करेंगे। इसके साथ ही गणित शिक्षा में इंटरनेट का उपयोग एवं खुली शिक्षा-संसाधनों के उपयोग से गणित शिक्षण में मिलने वाली सहायता का भी अध्ययन करेंगे। शिक्षण के लिए मीडिया चयन को प्रभावित करने वाले कारक समावेशी शिक्षा के लिए आई सी टी का प्रयोग, आई सी टी के उपयोग के द्वारा कौशल विकास, सोशल नेटवर्किंग साइट के माध्यम से गणित सीखना तथा गणित के आकलन हेतु सूचना एवं संचार प्रौद्योगिकी का उपयोग जैसे विषयवस्तु को सरलता पूर्वक समझ हासिल करने के लिए तथ्य प्रस्तुतीकरण प्राप्त करेंगे।

## 5.2 उद्देश्य

इस इकाई के अधिगम के उपरांत छात्र/छात्राएं

1. सूचना एवं संचार प्रौद्योगिकी के विभिन्न प्रकारों को बता सकेंगे।
2. गणित शिक्षा में उपयोगी श्रव्य, दृश्य सामग्री को सूचीबद्ध कर सकेंगे।
3. शैक्षिक दूरदर्शन के लाभ का वर्णन कर सकेंगे।
4. गणित शिक्षा में कम्प्यूटर के उपयोग से लाभ को बता सकेंगे।
5. इंटरनेट से खुली शिक्षा संसाधन के उपयोग से गणित शिक्षा में लाभ को बता सकेंगे।
6. मीडिया चयन को प्रभावित करने वाले कारकों को सूचीबद्ध कर सकेंगे।
7. समावेशी शिक्षा के लिए सूचना एवं संचार प्रौद्योगिकी के उपयोग को बता सकेंगे।
8. गणित शिक्षा के लिए सोशल नेटवर्किंग साइट को सूचीबद्ध कर सकेंगे।
9. गणित में आकलन के लिए सूचना एवं संचार प्रौद्योगिकी के उपयोग को बता सकेंगे।

## 5.3 सूचना एवं संचार प्रौद्योगिकी के विभिन्न प्रकार

गणित शिक्षण में सूचना एवं संचार प्रौद्योगिकी के इतिहास के बारे में देखा जाए तो यह पाते हैं कि बहुत पहले से ही हम विभिन्न प्रकार के तकनीकी का प्रयोग गणित शिक्षण के लिए करते आ रहे हैं। जैसे - मैजिक स्लेट, ओवर हेड प्रोजेक्टर, किताब, मैजिक लालटेन, श्यामपट्ट, रेडियो, टेलीविजन, संगणक, कम्प्यूटर, इलेक्ट्रिक बोर्ड, रूपया, सिक्का, पत्थर का टुकड़ा आदि का प्रयोग।

जीओ बोर्ड ;श्रप्ठ्ठव्ठ्ठ के सहयोग से विभिन्न ज्यामितीय तथ्यों को समझने में सहायता मिलती है साथ ही क्लिनोमीटर की मदद से उन्नयन कोण एवं अवनयन कोण की मात्रा के द्वारा त्रिकोणमिति से संबंधित तथ्य को आसानी से समझा जा सकता है।

गणित में सहायक शिक्षण सामग्री का वर्गीकरण कई आधार पर किया जाता है।

वर्गीकरण -5

श्रव्य सामग्री - भाषा प्रयोगशाला, रेडियो, ग्रामोफोन, टेप रिकॉर्डर आदि। इनमें सिर्फ एक ज्ञानेन्द्रिय कान का उपयोग किया जाता है।

दृश्य सामग्री ; - श्यामपट्ट, बुलेटिन बोर्ड, चार्ट, डॉईंग, चुम्बकीय बोर्ड, मॉडल, चित्र, फिल्मस्ट्रिप, स्लाइड, ग्राफ, इपिडायस्कोप, मैजिक लालटेन, गणित की पुस्तकें आदि।

इसका उपयोग भी सिर्फ एक ज्ञानेन्द्रिय आँख से किया जाता है।

श्रव्य-दृश्य सामग्री चलचित्र, दूरदर्शन विडियोटेप, कम्प्यूटर, स्मार्टफोन आदि।

इसके अतिरिक्त भी गणित की कक्षाओं में वर्तमान में हम सूचना एवं संचार प्रौद्योगिकी नामक छाते के नीचे अन्य संचार माध्यमों का प्रयोग करते हैं जैसे- इंटरनेट, वायरलेस नेटवर्क, स्मार्टफोन, उपग्रह, संचार प्रणाली, डिजिटल दूरदर्शन, कम्प्यूटर, हार्डवेयर तथा सॉफ्टवेयर से संबंधित अन्य यंत्र - विडियो कॉन्फ्रेंसिंग, ईमेल, तथा ब्लॉग एवं विकीस् आदि का प्रयोग।

## 5.4 गणित शिक्षा में उपयोगी श्रव्य-दृश्य सामग्री

गणित शिक्षण में प्रारंभ से ही बहुत सारे परंपरागत श्रव्य-दृश्य सामग्री का प्रयोग किया जा रहा है। जैसे- श्यामपट्ट, चार्ट, ग्राफ, मॉडल आदि। इनका वर्गीकरण का भी विभिन्न आधार है। जैसे श्रव्य, दृश्य तथा श्रव्य एवं दृश्य इस प्रकार से सभी सहायक अधिगम सामग्री को अलग-अलग वर्गों में किया जा सकता है। इसके अलावा भी इनका वर्गीकरण किया जाता है। एक अन्य वर्गीकरण इस प्रकार होगा प्रक्षेपी सामग्री, अप्रक्षेपी तथा क्रियात्मक सामग्री। इस इकाई में हम लोग शैक्षणिक दूरदर्शन, कम्प्यूटर, इंटरनेट, खुली शिक्षा संसाधन तथा सोशल नेटवर्किंग साइट्स आदि उपयोग से होने वाले ज्ञान का लाभ प्राप्त करेंगे।

5ण्4ण्5ण् शैक्षिक दूरदर्शन:- दूरदर्शन के अविष्कार के साथ ही व्यक्ति घर बैठे ही मीलो दूर हो रही घटनाओं को देखा करते थे। साथ ही यह कल्पना भी प्रारंभ हो गया कि देश में अच्छी शिक्षा व्यवस्था के लिए इस यंत्र को कैसे वरदान साबित किया जाय। भारत जैसे देश के लिए यह एक कठिन कार्य था। परन्तु छम्त्ज् ने 5984 में बमदजतंस प्देजपजनजम व िम्कनबंजपवदंस ज्तंपदपदह ;बम्ज्द्ध का गठन करके शिक्षा में प्रौद्योगिकी के द्वारा विस्तार का रास्ता खोल दिया। इस संगठन के माध्यम से विभिन्न तकनीकी की मदद से सभी को गुणात्मक शिक्षा देने का प्रयास किया जा रहा है। इसके तहत दूरदर्शन के माध्यम से विभिन्न प्रकार के कार्यक्रम का संचालन किया जाता है। दिल्ली के शिक्षक वहीं बैठे दूरदर्शन के द्वारा पूरे देश में एक साथ गणित के गुथियों को समझाते हैं। इसके अलावे वर्तमान में कई संगठन भी अपने शिक्षक एवं छात्रों के लिए समय-समय पर दूरदर्शन के माध्यम से कक्षा का संचालन करते रहते हैं। प्लछव् द्वारा प्रसारित कार्यक्रम, ज्ञानदर्शन भी है। अन्य कई संगठन भी अपने लिए राष्ट्रीय स्तर पर कार्यक्रम को करवाता है। इसके अलावा वदसपदम उंजमतपंस को चमदकतपअम में लेकर शिक्षक छात्रों को दूरदर्शन की मदद से अपनी कक्षा में कठिन तथ्यों को बतलाते हैं।

### 5.4.2 कम्प्यूटर का प्रयोग

कम्प्यूटर की मदद से कक्षा में गणित शिक्षण कार्य काफी आसान हो गया है। आवश्यकता है कि शिक्षक के पास कम्प्यूटर का ज्ञान हो। वर्तमान में गणितीय गणनाओं के लिए कई साधन उपलब्ध है। गणित शिक्षक कम्प्यूटर की तीव्र गति से गणना करते हैं। ग्राफ का निर्माण करते हैं। सूत्र ;स्वबंस। तमं छमजूवतापदहद्ध के माध्यम से अपने मित्रों से कम्प्यूटर के द्वारा जुड़ा होता है। वे अपने गणनाओं का आदान-प्रदान करते हैं। साथ ही वर्तमान समय में बढ़ते किताब के बोझ को भी कम करने में कम्प्यूटर मदद करता है। आप अपने पुस्तकों का से लेकर कम्प्यूटर की मदद से पढ़ सकते हैं। म्गबमस की मदद से गणितीय गणना आसान हो गया है। साथ ही यदि कम्प्यूटर में नेट की व्यवस्था हो गई तो यह कम्प्यूटर सभी समस्याओं का समाधान कर देती है। साथ ही कम्प्यूटर की मदद से। कम्प्यूटर आधारित निर्देश के द्वारा गणितीय समस्याओं का अभ्यास, ट्यूटोरियल एवं समस्या समाधान में तुरन्त प्रतिपुष्टि मिलता है जिससे छात्र अपनी सफलता पर आनन्दित होते हैं।

### 5.4.3 इंटरनेट:

आज इंटरनेट हमारे जीवन का अभिन्न अंग बन गया है। 1969 में अमेरिका में युद्ध के लिए गोपनीय सूचना भेजने हेतु इस युक्ति का प्रयोग किया गया था। 1972 में रेटेंआमलिसेन ने पहला ईमेल भेजा। 1988 से यह आम लोगों के इस्तेमाल में लाया जाने लगा। आज विश्व के सभी वर्ग इसके उपयोग से लाभ ले रहे हैं- व्यापारी, नौकरी पेशा, इंजिनियर, डॉक्टर, किसान आदि। छात्र भला इसके उपयोग से वंचित कैसे रह सकते हैं। कम्प्यूटर तथा इंटरनेट की मदद से आज सभी प्रकार की ज्ञान की जानकारी मिल जाती है। पहले जहाँ ज्ञान प्राप्ति के लिए शिक्षक या पुस्तकों पर आश्रित होने की बाध्यता थी आज ये सारी बाध्यता समाप्त हो चुका है। शिक्षक व छात्र दोनों ही अपनी जानकारी को अद्यतन करने के लिए इंटरनेट पर आश्रित हैं। इंटरनेट की सहायता से ऑन लाइन स्टडी टुल्स ऑन लाइन मीडिया के उपयोग से कक्षा की ओर छात्रों का आकर्षण बढ़ा है। इसके द्वारा गणित की कक्षा को रोचक बनाया जाता है।

### 5.4.4 खुली शिक्षा संसाधन

खुली शिक्षा संसाधन एवं दूरस्थ शिक्षा व्यवस्था देनी है। 2002 में ने इसे के नाम से स्वीकृत किया। गणित के लिए खुला शिक्षा संसाधन संस्थाओं में इसके अतिरिक्त भी बहुत सारे खुला शिक्षा संसाधन केन्द्र हैं जैसे- उस

वेबसाइट, पाठ्यक्रम, ऑनलाइन किताब, मॉडल, प्रश्नपत्र, मल्टीमीडिया, पैकेज आदि के लिए ई संसाधन है जो गणित के शिक्षक एवं छात्र दोनों की मदद करता है।

## 5.5 समावेशी शिक्षा के लिए मीडिया चयन को प्रभावित करने वाले कारक

समावेशी शिक्षा से तात्पर्य है कि विशेष शैक्षणिक आवश्यकताओं की पूर्ति के लिए एक सामान्य छात्र एवं एक दिव्यांग छात्र को समान शिक्षा प्राप्ति के अवसर प्रदान करना। छमू म्कनबंजपवद च्वसपबल के तहत दिव्यांग बच्चे एवं समान बच्चों को एक साथ शिक्षा देना है इससे कोई अपने को अलग न समझे। जहां समान बच्चों में भी यदि लर्निंग स्टाइल इन्वेन्टरी का उपयोग कर जांचा जाय तो प्रत्येक कक्षा में श्रव्य-दृश्य एवं क्रियात्मक शैली से अधिगम प्राप्त करने वाले छात्र भी रहते हैं। अब यहाँ आपकी कक्षा में कोई दिव्यांग बच्चा भी है तो सूचना एवं संचार प्रौद्योगिकी के उपयोग में बहुत सवधानी बरतने की आवश्यकता होती है ऐसी तकनीकी का चयन करना पड़ता है ताकि उसके इस्तेमाल से कक्षा में उपस्थित सभी प्रकार के छात्रों को लाभ हो। मीडिया चयन करने वक्त इन बातों का ध्यान रखना चाहिए कि कक्षा में छात्रों की संख्या कितनी है? छात्रों में किस प्रकार का दिव्यांगता है? विषय वस्तु को ध्यान में रखकर ही मीडिया का चयन किया जाना चाहिए।

## 5.6 सूचना एवं संचार प्रौद्योगिकी के सार्थक उपयोग के लिए कौशल का विकास

सूचना एवं संचार प्रौद्योगिकी का सार्थक इस्तेमाल के लिए कक्षा कौशल की आवश्यकता होती है जिसके बिना छात्रों के लिए उपयोगी सिद्ध नहीं हो सकता है। कुछ कौशल निम्नलिखित हैं-

- i. कक्षा में उपयोग में लाई जाने वाली उपयुक्त सूचना एवं संचार प्रौद्योगिकी का चयन करने की कौशल।
- ii. तथ्य के अनुसार उसे उपयोग में लाने के लिए सही समय का ज्ञान होना।
- iii. सूचना एवं संचार प्रौद्योगिकी युक्त पाठ योजना निर्माण करने का कौशल।
- iv. सूचना एवं संचार प्रौद्योगिकी को अनुदेनात्मक युक्ति के रूप में इस्तेमाल करने का कौशल।
- v. कक्षा में उत्पन्न होने वाली तात्कालिक समस्या को हल करने का कौशल।
- vi. का इस्तेमाल श्रव्य दृश्य सामग्री के रूप में करने का कौशल।
- vii. विषय वस्तु का ज्ञान के साथ तकनीकी का ज्ञान एवं शिक्षण विधि में सामंजस्य बैठाने का कौशल।
- viii. अधिगम क्रम में विषय वस्तु को विकसित करने का कौशल।
- ix. इन कौशलों को विकसित करने पर सूचना एवं संचार प्रौद्योगिकी का उपयोग अर्थयुक्त होगा।

## 5.7 सोशल नेटवर्किंग साइट्स के माध्यम से गणित सीखना

वर्तमान समय में गणित के शिक्षक सिर्फ खल्ली एवं श्यामपट के सहयोग से शिक्षण कार्य नहीं करते बल्कि गणित शिक्षण के लिए भी सोशल नेटवर्किंग साइट्स काफी मदद कर रहा है। वहीं जहाँ स्काइप की मदद से दूसरे शहर में बैठे शिक्षक पढ़ा रहे तो साथ ही देश-विदेश के प्रयोगशाला में होने वाली क्रियाकलापों का अवलोकन करके सीखते हैं। यू ट्यूब के द्वारा प्राप्त विडियों के द्वारा भी गणितीय समस्याओं का हल किया जाता है। विकीस्पेश की मदद से एक प्रश्न को शिक्षक एवं कई छात्र एक दूसरे से दूर रह कर भी साथ-साथ हल करते हैं। त्रिनिमील समस्याओं का सामाधान भी इस माध्यम से आसानी से क्रियाकलाप के द्वारा कराया जाता है। आज पाँच साल पहले वाली स्थिति नहीं है। लगभग सभी गाँवों में बिजली पहुँच चुकी है। विभिन्न सरकार भी शैक्षणिक संस्थाओं में निःशुल्क वाई-फाई की व्यवस्था काम कर रही है। आज डाटा-आटा से सस्ता है आवश्यकता है कि गणित के शिक्षक विभिन्न सोशल नेटवर्किंग साइट्स की मदद से शिक्षण अधिगम प्रक्रिया को संचालित करना सीख ले। इस आधुनिक तकनीक के माध्यम से गणित सर्व साधारण को सर्व सुलभ तरीके से समझ में आ जाएगा। उपर्युक्त सोशल साइट्स के अलावे भी कई प्रमुख उपयोगी साइट्स हैं- ब्लॉग, ट्यूट, एडु 2ण० ; म्कन 2ण०द्ध बेव 2ण० ; ॅमइ2ण०द्ध , फेसबुक एवं वाट्सप आदि। इस सोशल नेटवर्किंग साइट्स की मदद से गणित अधिगम आसान बन गया है।

## 5.8 गणित आकलन के लिए सूचना प्रौद्योगिकी का उपयोग

शिक्षण अधिगम प्रक्रिया आकलन के साथ ही समाप्त होता है। आकलन के लिए भी सूचना एवं संचार प्रौद्योगिकी काफी मददगार साबित हो रहा है। परंपरागत तरीके से आकलन के लिए भी माइक्रोसॉफ्ट एक्सेल व स्प्रेडशीट की मदद लेकर परिणाम ज्ञात किया जाता है। जिससे गणना सुलभ हो जाती है साथ ही समय का भी बचत होती है। इसके अतिरिक्त भी सूचना एवं संचार प्रौद्योगिकी की मदद से भी आकलन किया जाता है। इसके लिए सकाईप, विकिसू, रूबरीक, ईमेल, फेसबुक तथा व्हाट्सअप जैसी तकनीकी का भी इस्तेमाल किया जाता है। आजकल ऑनलाईन परीक्षा का प्रचलन काफी तेजी से बढ़ रहा है। आज क्षीजन भारत में बहुत बड़ी समस्या है। बहुत से छात्र बीमारी या अन्य आवश्यक कार्यों की वजह से निर्धारित तिथि पर परीक्षा भवन में उपलब्ध नहीं हो पाते हैं और वे अनुत्तीर्ण घोषित कर दिये जाते हैं। आवश्यकता है कि पासवर्ड आधारित ऑनलाईन परीक्षा पद्धति के द्वारा ऐसी समस्या का हल निकाला जाये। इस दिशा में प्रयास चल रहा है। आशा है जल्द ही सफलता मिल जाये। फिलहाल उपरोक्त विभिन्न माध्यम से आकलन में काफी सहायता मिल रही है।

## 5.9 सारांश

इस इकाई में हमने पढ़ा कि सूचना एवं संचार प्रौद्योगिकी के इस्तेमाल से विषय वस्तु को रोचक ढंग से प्रस्तुत किया जा सकता है। गणित कक्षा में प्रयोग में आने वाली विभिन्न सूचना एवं संचार प्रौद्योगिकी

युक्ति के बारे में पढ़ा तथा इसके साथ ही शैक्षणिक दूरदर्शन, कम्प्यूटर, इंटरनेट, खुली शिक्षा संसाधन तथा सोशल नेटवर्किंग साइट आदि के बारे में विस्तारपूर्वक जाना कि इनका प्रयोग करके हम गणित को रोचक कैसे बना सकते हैं। साथ ही गणित शिक्षा में मददकारी खुली शिक्षा संसाधनों के बारे में भी जाना। जिसके मदद से गणित समस्याओं को आसानी से समझा जा सकता है।

वर्तमान समय में समावेशी शिक्षा व्यवस्था के लिए मीडिया का चयन एक कठिन कार्य हो गया है। समावेशी शिक्षा के लिए मीडिया चयन को प्रभावित करने वाले कारकों को जाना साथ ही सूचना एवं संचार प्रौद्योगिकी के उपयोग के लिए आवश्यक कौशल के बारे में भी पढ़ा कि किस प्रकार सूचना एवं संचार प्रौद्योगिकी युक्त, पाठ्ययोजना, युट्यूब, आदि के मदद से गणित की कक्षा को उत्साहवर्द्धक बनाया जा सकता है। गणित में अधिगम के लिए उपयोग में आने वाली सोशल नेटवर्किंग साइट को भी जाना कि स्काईप, युट्यूब, ब्लॉग, ट्यूटोर, वेब 2.0, व्हाट्सएप आदि गणित शिक्षण में कैसे मददगार है साथ ही इस इकाई में यह भी जाना कि सूचना एवं संचार प्रौद्योगिकी के उपयोग से किस प्रकार मदद मिलती है।

यदि यह कहा जाय कि सूचना एवं संचार प्रौद्योगिकी शिक्षक के लिए एक ऐसी युक्ति है जो पाठ योजना से प्रारंभ होकर कक्षा में होने वाली क्रियाकलापों एवं मूल्यांकन तक में मदद करती है।

---

## 5.10 शब्दावली

---

1. समावेशी शिक्षा जिसमें सामान्य एवं दिव्यांग छात्र एक साथ शिक्षा ग्रहण करते हैं।
2. कौशल - प्रशिक्षण के द्वारा प्राप्त क्षमता।
3. आकलन - आंका जाना।
4. शिरोपरि प्रवेक्षक यंत्र - पारदर्शी पर लिखे गये शब्दों/चित्रों का विस्तार
5. विडियो कॉन्फ्रेंसिंग - दो या दो से अधिक जगहों पर बैठे लोग जुड़कर वार्तालाप करते हैं

---

## 5.11 संदर्भ सूची

---

1. Eglite, S.C, Use of Information and Communication Technology In Mathematics Studies In Engineer Education at the Riga Technical University, Latvia.
2. Junich, S. and Haddad, W.D., The Potential of Technologies for the Enhancement of Science and Mathematics Teaching and Learning.

3. The Willlam and Flora Hewlett Foundatlon. Retrleved 7 February 2017 from <http://www.hewlett.org/programs/educatlon-program/open-educatlonal-resources>
4. Hussrln,H.B., The effectlveness of uslng social communicatlon Network ln Mathematlcs Teachers Professlonal Development Klng Saud Unlverslty Rlyad Saudl Arablanl
5. Porter, Mason A. , Mathematlcs and Social network somervlll College, Unlverslty of Oxford.
6. Rechard Nag, Social medla and the teachlng of Mathematlcs ln a llfe long learnlng envlronment, Open Unlverslty Malasla.
7. Relms D.l., Analyslng the lmpact of Informatlon Communlcation Technology (ICT) on Mathematlcs Teachlng Practlces, France.

---

## 5.12 निबंधात्मक प्रश्न

---

1. गणित की कक्षा में प्रयोग में आने वाली विभिन्न प्रकार के सूचना एवं संचार प्रौद्योगिकी का वर्णन कीजिए।
2. समावेशी शिक्षा से क्या तात्पर्य है? समावेशी शिक्षा के लिए मीडिया चयन को प्रभावित करने वाले कारकों का वर्णन कीजिए।
3. सूचना एवं संचार प्रौद्योगिकी के अर्थपूर्ण उपयोग के लिए किन-किन कौशलों का ज्ञान आवश्यक है?
4. गणित शिक्षण में प्रयोग में लायी जानेवाली विभिन्न सोशल नेटवर्किंग साइट्स का वर्णन कीजिए।
5. आकलन क्या है? सूचना एवं संचार प्रौद्योगिकी की मदद से गणित में आकलन कैसे किया जाता है ?

# खण्ड 2

# Block 2

## इकाई 4- गणित शिक्षक का व्यावसायिक विकास

### Professional Development of Mathematics Teacher

- 4.1 प्रस्तावना
- 4.2 अधिगम उद्देश्य
- 4.3 आजीविकागत विकास
- 4.4 अध्यापन आजीविका के रूप में
- 4.5 सेवापूर्वकालीन एवं सेवाकालीन आजीविकागत विकास कार्यक्रम की आवश्यकता
  - 4.5.1 सेवापूर्वकालीन आजीविकागत विकास कार्यक्रम की आवश्यकता
  - 4.5.2 सेवाकालीन आजीविकागत विकास कार्यक्रम की आवश्यकता
  - 4.5.3 सेवापूर्वकालीन वं सेवाकालीन आजीविकागत विकास कार्यक्रम के प्रकार
- 4.6 शिक्षक शिक्षा कार्यक्रम में महत्वपूर्ण परिवर्तन
- 4.7 सेवाकालीन आजीविकागत विकास के विविध अवसर
- 4.8 व्यवसायिक विकास में परावर्तक वृत्ति की भूमिका
  - 4.8.1 परावर्तक वृत्ति के उपाय
- 4.9 सारांश
- 4.10 सन्दर्भ ग्रंथ सूची
- 4.11 निबंधात्मक प्रश्न

#### 4.1 प्रस्तावना

प्रस्तुत इकाई में आजीविकागत विकास संप्रत्यय का वर्णन किया जा रहा है इसके साथ शिक्षण को एक आजीविका के रूप में वर्णित त किया जाएगा तथा किसी आजीविका के समस्त विशेषताओं का वर्णन भी किया जाएगा। सेवापूर्वकालीन एवं सेवाकालीन आजीविकागत विकास के संप्रत्यय, उनकी आवश्यकता एवं प्रकार का वर्णन भी किया जाएगा। वर्तमान समय में अध्यापक शिक्षा में प्शुरु किए गए परिवर्तनों के बारे में भी इस ईकाई में चर्चा किया जाएगा। अन्त में सेवाकालीन आजीविकागत विकास के विविध अवसरों एवं परावर्तक वृत्ति का गणित शिक्षक के आजीविकागत विकास में भूमिका एवं प्रकार का वर्णन किया गया है।

## 4.2 उद्देश्य

इस इकाई अध्ययनोपरान्त निम्नलिखित अधिगम उद्देश्यों को प्राप्त कर लिया जाएगा-

1. गणित विषय के भावी अध्यापक आजीविकागत विकास के संप्रत्यय के बारे में बता लेंगे।
2. गणित विषय के भावी अध्यापक शिक्षा के क्षेत्र में हो रहे प्रमुख परिवर्तनों के बारे में बता लेंगे।
3. गणित विषय के भावी अध्यापक सेवाकालीन आजीविकागत विकास के विविध अवसरों के बारे में बता लेंगे।
4. गणित विषय के भावी अध्यापक सेवाकालीन आजीविकागत विकास में परावर्तक वृत्ति की भूमिका एवं इसके उपाय के बारे में बता लेंगे।

## 4.3 आजीविकागत विकास

आजीविकागत विकास से तात्पर्य किसी व्यक्ति को किसी आजीविका को अपनाने के लिए अथवा उसमें सफल एवं प्रभावी होने के लिए उस आजीविका से सम्बन्धित आवश्यक ज्ञान का अर्जन, कौशलों का विकास एवं कौशलों का प्रभावी निष्पादन है जिससे वह व्यक्ति उस व्यवसाय से जुड़े लक्ष्यों को प्राप्त कर सके तथा उस व्यवसाय से सेवा प्राप्त करने वालों को महत्तम सन्तुष्टि प्रदान कर सके।

आजीविकागत विकास एक व्यापक एवं विशिष्ट प्रत्यय है। यह विस्तृत एवं विविध प्रकार के विशिष्ट प्रशिक्षणों एवं औपचारिक शिक्षा अथवा उच्चकृत आजीविकागत अधिगम से जुड़ा है। इसका मुख्य लक्ष्य शैक्षिक प्रशासकों, शिक्षकों एवं अन्य शिक्षाविदों के आजीविकागत ज्ञान, दक्षता, कौशल एवं प्रभाविता में सुधार करना है।

गणित शिक्षक के आजीविकागत विकास के लिए सर्वप्रथम गणित विषय का ज्ञान जरूरी है, जिसको वह अपने छात्रों को प्रदान करेगा। इसके साथ ही आवश्यक शिक्षण कौशल, शिक्षण विधियों की जानकारी, शिक्षण तकनीक की जानकारी तथा अद्यतन मूल्यांकन प्रविधियों की जानकारी भी नितांत आवश्यक है।

सामाजिक संरचना, सामाजिक संदर्भ ; वैभवपंस ब्वदजमगजद्ध, समाज की आर्थिक संरचना, बालकों की आवश्यकताएं एवं अभिरूचि इत्यादि अन्य बातें आधुनिक शैक्षिक परिदृश्य में महत्वपूर्ण है। इन सभी संप्रत्ययों का छात्रों की शैक्षिक उपलब्धि पर प्रभाव पड़ता है। वैज्ञानिक तथा तकनीकी खोजों का अपने शिक्षण में प्रयोग करना भी शिक्षक की अध्यापन योग्यता को सुदृढ़ करता है।

गणित शिक्षक को शिक्षण आजीविका में आने से पहले तथा सेवा में आने के बाद उसके व्यवसाय से सम्बन्धित जिन बातों की जानकारी जरूरी है उसका अधिगम करना एवं प्रयोग करने में निपुणता लाना ही उस गणित शिक्षक का आजीविकागत विकास है।

#### 4.4 अध्यापन आजीविका के रूप में ;

अध्यापन कार्य वर्तमान समय में एक आजीविका के रूप में माना जा रहा है। प्रारम्भ में अध्यापन कार्य को सेवा कार्य माना जाता था लेकिन कुछ परिवर्तनों एवं सुझावों के द्वारा यह आजीविका का रूप लेता जा रहा है। अध्यापन कार्य को आजीविका के रूप में बदलने में विश्वविद्यालय अनुदान आयोग तथा राष्ट्रीय अध्यापक शिक्षा परिषद् का महत्वपूर्ण योगदान है।

अध्यापन कार्य को आजीविका के रूप में, कुछ महत्वपूर्ण बातों को अपने में समाहित करना होता है जिनका वर्णन अग्रलिखित है-

1. उस आजीविका को अपनाने के लिए किसी व्यक्ति को एक निश्चित शिक्षा की तथा उच्च स्तर के प्रशिक्षण की जरूरत होती है।
  2. किसी आजीविका को अपनाने के कारण उस व्यक्ति को उसके समाज में एक अलग एवं विशिष्ट सम्मान प्राप्त होता है।
  3. आजीविका से सम्बन्धित कुछ नियम, शर्तें एवं मूल्य होते हैं।
  4. आजीविका से वेतन अथवा धन का अर्जन भी होता है जिसे विशिष्टता पाकर और भी बढ़ाया जा सकता है।
  5. किसी आजीविका को अपनाने के लिए कई वर्षों तक अध्ययन एवं कौशलों का अर्जन करना पड़ता है।
  6. किसी आजीविका में सफल होने तथा सफलता को सतत् रूप से जारी रखने के लिए समय-समय पर व्यक्ति को अपने में सुधार लाना पड़ता है।
  7. तकनीकी विकास, संस्कृति, मूल्य प्रारूप एवं आर्थिक स्तर का प्रभाव भी आजीविका पर पड़ता है।
  8. प्रत्येक आजीविका को अपनाने के लिए कुछ न्यूनतम कौशलगत दक्षता, कार्याधारित प्रतिबद्धता एवं व्यवहारगत निष्पादन की आवश्यकता है।
  9. यह एक आजीविकागत निकाय ; द्वारा शासित या नियंत्रित होता है।
  10. प्रत्येक आजीविका में एक सामाजिक जवाबदेही ; और उत्तरदायित्व ; की भावना होती है।
  11. गणित शिक्षक की आजीविकागत विकास के लिए उनमें विविध प्रकार की दक्षताओं का विकास करना आवश्यक है। यह विकास गणित शिक्षण का कार्य आरम्भ करने के पहले तथा एक बार गणित शिक्षण का कार्य शुरू करने के पश्चात् सेवाकाल के दौरान भी समय-समय पर आवश्यक होता है। आजीविकागत विकास से जुड़ी कुछ प्रमुख दक्षताएं इस प्रकार से सूचीबद्ध की जा सकती हैं-
1. संदर्भगत दक्षता ; (Contextual Competences)
  2. संकल्पनात्मक दक्षता ; (Conceptual Competences)  
विषयवस्तुगत सम्बन्धी दक्षता ; Content Competences)

3. सम्प्रेषण सम्बन्धी दक्षताअन्य शैक्षिक क्रियाकलाप सम्बन्धित दक्षता (Other Educational Activities Related Competences)
4. शिक्षण अधिगम सामग्री निर्माण सम्बन्धित दक्षता ; (Competences of Developing Teaching Learning Materials)
5. मूल्यांकनगत दक्षता ; प्रबन्धन दक्षता (Management Competences)
6. अभिभावक सहकार्य सम्बन्धित दक्षता ; (Working with Parents)
7. समुदाय तथा अन्य अभिकरण सह-कार्य सम्बन्धी दक्षता ; ((Working with Community and Other Agencies)

## 4.5 सेवापूर्वकालीन एवं सेवाकालीन आजीविकागत विकास कार्यक्रम की आवश्यकता

शिक्षा का उद्देश्य देश के लिए अच्छे नागरिक तैयार करना है। विद्यालयों में शिक्षा प्रदान करने की जिम्मेदारी शिक्षकों की होती है। अतः किसी भी देश का विकास उस देश के शिक्षकों की गुणवत्ता पर निर्भर करता है। अनुभवी एवं दक्ष शिक्षकों की आवश्यकता एवं देश के विकास का लक्ष्य, आजीविकागत विकास कार्यक्रम की प्राथमिकता होनी चाहिए। इसके लिए दो तरह के आजीविकागत विकास कार्यक्रम की व्यवस्था की गई है। एक है सेवा पूर्वकालीन आजीविकागत विकास कार्यक्रम, जिसके द्वारा भावी शिक्षकों में शिक्षण कौशलों का विकास किया जाता है तथा भविष्य के लिए तैयार किया जाता है। दूसरा है सेवाकालीन आजीविकागत विकास कार्यक्रम जिसे सेवाकालीन शिक्षकों को सेवा में बने रहने के लिए तथा नए परिवर्तनों की जानकारी एवं नए कौशलों के विकास के लिए आयोजित किया जाता है।

### 4.5.1 सेवापूर्वकालीन आजीविकागत विकास कार्यक्रम की आवश्यकता-

सेवापूर्वकालीन आजीविकागत विकास कार्यक्रम की प्रमुख आवश्यकताएँ अग्रलिखित हैं-

- i. भावी शिक्षकों को दर्शनशास्त्र, मनोविज्ञान, समाजशास्त्र, अर्थशास्त्र, इतिहास एवं संस्कृति आदि विषयों की जानकारी प्रदान करने के लिए।
- ii. छात्रों की आवश्यकताओं, अभिरूचि इत्यादि के बारे में जानने तथा उनको पता लगाने के उपायों के बारे में प्रशिक्षित करने के लिए।
- iii. भावी शिक्षकों में भारतीय संस्कृति एवं मूल्यों की समझ विकसित करने के लिए।
- iv. शिक्षण व्यवसाय के लिए दक्ष एवं प्रतिबद्ध शिक्षकों को तैयार करने के लिए।
- v. भावी शिक्षकों को शिक्षण अधिगम संसाधनों के निर्माण, चयन तथा उपयोग में पारंगत बनाने के लिए।

- vi. कक्षा की आर्थिक, सामाजिक, भाषायिक, धार्मिक एवं क्षेत्रीयता की विविधता ; क्वपमतेपजलद्ध को समझने तथा उसके अनुसार उसके व्यक्तित्व का विकास करने के लिए।
- vii. भावी शिक्षकों को आधुनिक तथा प्रसिद्ध शिक्षण विधियों में कुशलता प्रदान करने के लिए।
- viii. आधुनिक शिक्षण कौशलों में निपुणता प्रदान करने के लिए।
- ix. भविष्य में, कक्षा शिक्षण अथवा अपने विद्यालय से जुड़ी समस्याओं के बारे में जानकारी के लिए क्रियात्मक अनुसंधान ;।बजपवद त्मेमंतबीद्ध की जानकारी देने के लिए।
- x. मूल्यांकन की आधुनिक प्रविधियों की जानकारी प्रदान करने तथा उनके उपयोग में कुशलता प्रदान करने के लिए।
- xi. अपने शिक्षण व्यवहार एवं छात्रों के अधिगम व्यवहार को समझने की शक्ति का विकास करने के लिए।
- xii. विद्यालयों में आयोजित की जाने वाली विषय सम्बन्धित क्रियाओं, पाठ्यसहगामी क्रियाओं तथा पाठ्येतर क्रियाओं के बारे में जानकारी प्रदान करने के लिए।
- xiii. शिक्षकों को समुदाय ;ब्वउउनदपजलद्ध की महत्वाकांक्षा और अपेक्षाओं को जानने के लिए समझ विकसित करने तथा विद्यालय एवं समुदाय के मध्य पारस्परिक सहयोग विकसित करने के उपायों की जानकारी प्रदान करने के लिए।

#### 4.5.2 सेवाकालीन आजीविकागत विकास कार्यक्रम की आवश्यकता

शिक्षकों के सेवाकालीन प्रशिक्षण या विकास कार्यक्रम के सम्बन्ध में रविन्द्रनाथ टैगोर का कथन बहुत ही सारगर्भित है। उन्होंने कहा था कि “यदि एक शिक्षक स्वयं अध्ययन नहीं करता है तो वह कभी भी अच्छा शिक्षण नहीं कर सकता है।”

केन (5969) ने सेवाकालीन आजीविकागत विकास कार्यक्रम को परिभाषित करते हुए कहा है कि “वे सभी क्रियाएं तथा पाठ्यक्रम जिनका उद्देश्य सेवारत अध्यापकों के आजीविकागत ज्ञान, अभिरूचि तथा कौशलों को बढ़ाना एवं सुदृढ़ करना होता है, सेवाकालीन आजीविकागत प्रशिक्षण एवं विकास कहलाता है।”

अतः सेवाकालीन आजीविकागत विकास के अन्तर्गत सेवारत अध्यापकों की कार्यदक्षता एवं प्रभाविता में वृद्धि करने के लिए प्रशिक्षण या पुनश्चर्या कार्यक्रमों को आयोजन किया जाता है।

सेवाकालीन आजीविकागत विकास कार्यक्रम की प्रमुख आवश्यकताएं अग्रलिखित हैं-

- i. सबसे प्रमुख तथ्य यह है कि, पूर्व सेवाकालीन आजीविकागत विकास कार्यक्रम का शिक्षक के बचे हुए सेवाकाल के लिए पूरी तरह से पर्याप्त नहीं होना है अतः सेवाकालीन आजीविकागत विकास कार्यक्रम की जरूरत है।
- ii. गुणात्मक सुधार की आवश्यकता को पूरा करने के लिए सेवाकालीन आजीविकागत विकास कार्यक्रम की जरूरत है।

- iii. ज्ञान के क्षेत्र में हो रहे परिवर्तन के फलस्वरूप शैक्षिक संरचना, पाठ्यक्रम प्रारूप, पाठ्यक्रम प्रस्तुतीकरण, व्यूह-रचना, मूल्यांकन तकनीक में भी परिवर्तन होता है। अतः इन परिवर्तनों से सेवाकालीन शिक्षकों को परिचित कराने के लिए आजीविकागत विकास कार्यक्रम की जरूरत है।
- iv. शैक्षिक और सामाजिक यथार्थ के बदलने के साथ ही अध्यापक यदि अपने आपको अद्यतन नहीं करता है तो वह वर्तमान समय में प्रभावी नहीं हो सकता है। अतः शिक्षक के ज्ञान को अद्यतन करने के लिए सेवाकालीन आजीविकागत विकास कार्यक्रम की आवश्यकता है।
- v. नवीन मूल्यांकन प्रविधियों के बारे में जानकारी प्रदान करने के लिए।
- vi. वर्तमान समय के अनुकूल नवीन अध्यापकीय भूमिका निर्वाहन हेतु आजीविकागत विकास कार्यक्रम के आयोजन की आवश्यकता है।
- vii. सेवाकालीन शिक्षकों को अन्य प्रभावी शिक्षण विधियों के प्रयोग के लिए मदद करने के लिए।
- viii. शिक्षकों के गणित विषय से सम्बन्धित ज्ञान को सुधारने एवं अद्यतन करने के लिए
- ix. शिक्षा से सम्बन्धित नई नीतियों के बारे में, जैसे- शिक्षा का अधिकार अधिनियम ; सेवाकालीन शिक्षकों को जानकारी देने के लिए।
- x. पूर्व सेवाकालीन आजीविकागत विकास कार्यक्रम की कमियों को दूर करने के लिए।
- xi. किसी शिक्षक के नए विद्यालय में अध्यापन कार्य शुरू करने पर या किसी शिक्षक के सेवा में स्तरोन्नयन के बाद वर्तमान पद के अनुसार आजीविकागत ज्ञान प्रदान करने हेतु यह जरूरी है।

**4.5.3 सेवापूर्वकालीन वं सेवाकालीन आजीविकागत विकास कार्यक्रम के प्रकार**  
सेवापूर्वकालीन आजीविकागत विकास कार्यक्रम के अन्तर्गत मुख्यतः दो तरह के कार्यक्रम आते हैं जिनसे माध्यमिक विद्यालयों के शिक्षकों को तैयार किया जाता है

- i. दो वर्षीय बी0एड0 कार्यक्रम (नियमित)
- ii. दूरस्थ एवं मुक्त संस्थानों द्वारा बी0एड0 कार्यक्रम

सेवाकालीन विकास कार्यक्रम के अन्तर्गत आने वाले प्रमुख कार्यक्रम मुख्यतया तीन तरह के होते हैं।

- i. कौशल वृद्धि कार्यक्रम ; 2. नवीनीकरण एवं संवर्धन कार्यक्रम 3. नई नीति तथा पाठ्यचर्या से सम्बन्धित परिचयात्मक कार्यक्रम 5. कौशल वृद्धि कार्यक्रम - तकनीकी विकास के परिणामस्वरूप नई-नई तकनीकें शिक्षा जगत में भी उपयोग की जाती हैं। इन तकनीकों का उपयोग शिक्षक के कार्य में विविधता के साथ-साथ सरलता एवं प्रभाविता भी लाता है। कम्प्यूटर एवं तकनीकी से जुड़े विभिन्न पक्ष जैसे- माइक्रोसॉफ्ट पॉवर प्वाइंट, माइक्रोसॉफ्ट वर्ड, ग्राफिक्स, एनिमेशन, ऑनलाइन डिलीवरी आफ कन्टेन्ट, ऑनलाइन मूल्यांकन एवं पृष्ठ पोषण का ज्ञान शिक्षक के लिए अत्यन्त आवश्यक तथा वर्तमान समय की मांग के

अनुसार है। इनका प्रशिक्षण सेवाकालीन शिक्षकों को दिया जा सकता है। इस कार्यक्रम के सम्बन्ध में केन्द्रिय विद्यालय संगठन एवं माइक्रोसाफ्ट का एक सौझा कार्यक्रम वर्ष 2008 में समस्त केन्द्रिय विद्यालयों में आयोजित किया गया था। इसमें एक प्रशिक्षक एक केन्द्रिय विद्यालय के कम्प्यूटर शिक्षक की मदद से उस विद्यालय में कार्यरत सभी शिक्षकों को माइक्रोसाफ्ट पॉवर प्वाइंट का निर्माण करना, एम.एस.वर्ड का प्रयोग, ग्राफ बनाने के बारे में प्रशिक्षण दिया गया था। यह कार्यक्रम दस दिन तक चला था।

- ii. नवीनीकरण एवं संवर्धन कार्यक्रम सेवाकालीन शिक्षकों को अपने सेवाकाल के दौरान एक निश्चित समयान्तराल के पश्चात् उनके अध्यापन विषय के पाठ्यक्रम में किए गए बदलाव एवं मूल्यांकन प्रारूप में अपनाए गए परिवर्तन के बारे में प्रशिक्षण प्राप्त करना होता है। इस कार्यक्रम के शुरुआत में एक परीक्षण ;चतम.जमेजद्ध लिया जाता है तथा प्रशिक्षण कार्यक्रम समाप्त होने पर एक ;चवेज जमेजद्ध पञ्च-परीक्षण लिया जाता है जिससे उस कार्यक्रम की प्रभाविता का ज्ञान आयोजकों को हो सके।

केन्द्रिय विद्यालय संगठन अपने शिक्षकों के लिए ग्रीष्मावकाश एवं शीतकालीन अवकाश के समय इस तरह के 25 दिन, 52 दिन या 50 दिवसीय प्रशिक्षण कार्यक्रम प्रत्येक वर्ष आयोजित करते हैं। इन कार्यक्रमों को विषयानुसार आयोजित किया जाता है। यह अलग-अलग विषयों एवं पदों के लिए अलग-अलग जगह एवं समय पर किया जाता है।

इसी तरह का एक कार्यक्रम केन्द्रिय विद्यालय संगठन द्वारा वर्ष 2009 में केन्द्रिय विद्यालय खानापारा, गुवाहाटी में करवाया गया था। इसका उद्देश्य गणित के स्नातक एवं परास्नातक शिक्षकों को गणित आलोम्पियॉड से सम्बन्धित तीन दिवसीय प्रशिक्षण प्रदान करना था। इस कार्यक्रम को भारत के नेशनल बोर्ड ऑफ हायर मैथमेटिक्स एवं केन्द्रिय विद्यालय द्वारा संयुक्त रूप से आयोजित किया गया था। यह कार्यक्रम गणित विषय में आलोम्पियॉड के पाठ्यक्रम एवं विषयवस्तु के बारे में था जिससे गणित ओलम्पियॉड की परीक्षा में प्रश्न पूछे जाते हैं।

- iii. नई नीति तथा पाठ्यचर्या से सम्बन्धित परिचयात्मक कार्यक्रम ; - जब कभी भी कोई नई शिक्षा नीति आती है अथवा कोई नई पाठ्यपुस्तक को पाठ्यक्रम में लाया जाता है तब इनके बारे में सेवारत शिक्षकों के लिए प्रशिक्षण कार्यक्रम आयोजित किये जाते हैं। नई नीति के बारे में तथा नई पाठ्यपुस्तक के बारे में अभिविन्यास कार्यक्रम भी आयोजित किया जा सकता है। इस कार्यक्रम में शिक्षकों को नई नीति अथवा नए परिवर्तन के बारे में बताकर उनसे सुझाव भी प्राप्त किया जाता है।

भारत में राष्ट्रीय पाठ्यचर्या का प्रारूप-2005 आने के बाद सभी सेवारत शिक्षकों को इसमें उल्लिखित सिद्धांतों से परिचय कराने के लिये एक श्रृंखलाबद्ध प्रशिक्षण कार्यक्रम का आयोजन राष्ट्रीय शैक्षिक अनुसंधान एवं प्रशिक्षण परिषद्, नई दिल्ली द्वारा किया गया था। केन्द्रिय विद्यालय ने भी 2008-09 में राष्ट्रीय पाठ्यचर्या की जानकारी से सम्बन्धित एक व्यापक परीक्षण अपने

अध्यापकों पर लागू किया था जिससे उनके राष्ट्रीय पाठ्यचर्या 2005 के बारे में ज्ञान का पता लग सके एवं जो लोग उसमें सफल नहीं हो पाए उनको पुनः परीक्षण से गुजरना पड़ा था।

केन्द्रिय माध्यमिक शिक्षा परिषद् नई दिल्ली ने वर्ष 2009 में मूल्यांकन की एक नई प्रक्रिया, सतत एवं व्यापक मूल्यांकन ;बम्बई की शुरुआत की थी। इसमें प्रवीणता लाने के लिए बटैम् ने लगभग देश के सभी माध्यमिक विद्यालयों के शिक्षकों के लिए व्यापक स्तर के प्रशिक्षण कार्यक्रम का आयोजन किया था।

ऐसा ही एक कार्यक्रम महात्मा गांधी काशी विद्यापीठ ,वाराणसी के शिक्षा संकाय ने जनवरी 2054 में सतत एवं व्यापक मूल्यांकन में प्रशिक्षण का एक सप्ताह से भी अधिक दिन का एक प्रशिक्षण कार्यक्रम आयोजित किया था।

#### 4.6 शिक्षक शिक्षा कार्यक्रम में महत्वपूर्ण परिवर्तन

भारत में अध्यापक शिक्षा के क्षेत्र में समुचित मार्गदर्शन एवं दिशा निर्देश प्रदान करने के लिए भारत सरकार ने राष्ट्रीय अध्यापक शिक्षा परिषद् ;छंजपवदंस ब्वनदबपस वित जम्बीमत म्कनबंजपवदद की स्थापना की है। इस परिषद् को 5993 के राष्ट्रीय अध्यापक शिक्षा परिषद् एक्ट के अनुसार 5995 में संवैधानिक दर्जा दिया गया था।

सम्पूर्ण भारत में प्रचलित बी.एड. कार्यक्रम में जो भी परिवर्तन लाए जाते हैं वह इसी परिषद् के द्वारा लाए जाते हैं। बी.एड. कार्यक्रम में परिवर्तन, उसके पाठ्यक्रम में बदलाव करके, नियमों एवं मानकों में बदलाव करके, कार्यक्रम के लिए निर्धारित समयावधि में बदलाव करके किया जा सकता है। इन सभी परिवर्तनों के पीछे अनुसंधान को आधार माना जा सकता है। अध्यापक शिक्षा कार्यक्रम में होने वाले समस्त परिवर्तनों का लक्ष्य गुणवत्तायुक्त शिक्षण प्रशिक्षण प्रदान करना तथा विद्यालयी शिक्षा की गुणवत्ता में सुधार करना है। शिक्षक शिक्षा कार्यक्रम में होने वाले कुछ महत्वपूर्ण परिवर्तन अग्रलिखित हैं-

1. अधिनियम 2054 के अनुसार बी.एड. कार्यक्रम की समयावधि बढ़ाकर दो वर्ष कर दी गई है जो कि पूर्व में एक वर्ष थी। इसके अतिरिक्त बी.ए./बी.एस.सी., बी.एड. पाठ्यक्रम की समयावधि पूर्व की भांति चार वर्ष रहेगी। इसके साथ-ही-साथ बी.एड.(पार्ट-टाइम) एवं ( बी.एड.-एम.एड.) दोनों की समयावधि तीन वर्ष कर दी गई है। बी.एड. पाठ्यक्रम की समयावधि बढ़ाने के पीछे का लक्ष्य, भावी अध्यापकों को ज्यादा व्यावसायिक (आजीविकागत) दृढ़ता प्रदान करना तथा अन्तर्राष्ट्रीय मानक को प्राप्त करना है।
2. शिक्षण प्रक्रिया को व्यवहारवादी;ठमीअपवनतपेजद्व प्रभुत्व से बदलकर संरचनावादी बनाने पर बल दिया जा रहा है। संरचनावाद एक नया प्रतिमान ;चूंतंकपहउद्व है जो वर्तमान समय में भारतीय शिक्षा तंत्र को प्रभावित कर रहा है।
3. अध्यापक शिक्षा के क्षेत्र में मानक ; आधारित पाठ्यक्रम का प्रयोग किया जा रहा है।
4. वर्तमान समय में बी.एड. पाठ्यक्रम विकास तथा अनुदेशन नीतियों में एकीकृत उपागम ; के सातत्य को जारी रखने पर जोर दिया जा रहा है।

5. अध्यापक शिक्षा द्वारा भावी शिक्षकों को तैयार करने के लिए विषय केन्द्रित उपागम का प्रयोग किया जा रहा है।
6. एन.सी.टी.ई. द्वारा यह प्रयास किया जा रहा है कि शिक्षकों को तैयार करने में शिक्षक को छात्रों के मार्गदर्शक के स्थान पर सहायक एवं प्रोत्साहन देने के लिए तैयार किया जाय।
7. अध्यापक शिक्षा संप्रत्यय को सूचना-अन्तरण से हटाकर अनुभव-आधारित किया जा रहा है।
8. अध्यापक शिक्षा का मुख्य लक्ष्य आजीविकागत ; शिक्षक तैयार करना है।
9. अध्यापक शिक्षा का मुख्य बल ऐसे शिक्षक तैयार करना है जो भविष्य में छात्रों के मददकर्ता एवं समर्थक हों तथो अधिगम के लिए प्रेरित करने वाले हों।
10. बदले हुए परिदृश्य में बी.एड. पाठ्यक्रम में शिक्षा के सामाजिक-सांस्कृतिक संदर्भों तथा क्षेत्र-अनुभव ; को ज्यादा महत्व दिया गया है।
11. अध्यापक शिक्षा पाठ्यक्रम में बदलाव के रूप में लम्बी अवधि के इंटरशिप ; पदजमतदीपचद्ध को शामिल किया गया है। एन.सी.टी.ई. पाठ्यक्रम एवं मानक के अनुसार यह चार से दस सप्ताह का होगा।
12. अध्यापक शिक्षा को समावेशी शिक्षा ; की मांग के अनुसार उदार, मानवीय एवं उत्तरदायी बनाया जा रहा है।
13. बी.एड. के पूरे पाठ्यक्रम को सिद्धान्त ;, प्रैक्टिकल एवं इंटरशिप तीन भागों में बांटा गया है।
14. आई.सी.टी., योग शिक्षा, समावेशी शिक्षा तथा जेंडर एवं डिसेबिलिटी को बी.एड. पाठ्यक्रम/कार्यक्रम का एकीकृत अंग बनाया गया है।

#### 4.7 सेवाकालीन आजीविकागत विकास के विविध अवसर

गणित शिक्षकों के सेवाकालीन आजीविकागत विकास से सम्बन्धित अनेक अवसर है। अध्यापक अपनी आवश्यकता, सुविधा एवं आजीविकागत विकास कार्यक्रमों की उपलब्धता के आधार पर उनमें से एक या कई सेवाकालीन आजीविकागत विकास कार्यक्रम में सहभाग करके अपने शिक्षण विषय से सम्बन्धित ज्ञान को अद्यतन कर सकते हैं। ये कार्यक्रम इस प्रकार हैं-

1. साथी अध्यापकों के साथ अन्तःक्रिया ; 2-प्रशिक्षण कार्यक्रम में सहभागिता 3- आजीविकागत संगठनों और संस्थाओं की सदस्यता ; 4-सभाओं के माध्यम से सांझा करना ; 5-सेमिनार एवं पत्रिकाएं 6-यात्रा 7-मेंटोरिंग ; 8-अध्यापक आदान-प्रदान कार्यक्रम 9- उच्च योग्यता हासिल करना ; 10-अन्य विश्वविद्यालयों एवं संकायों के साथ सहयोग
5. साथी शिक्षकों के साथ अन्तःक्रिया विद्यालय में अध्यापकों की संख्या, छात्रों की संख्या के साथ-साथ कई अन्य बातों पर भी निर्भर करती है। यदि विद्यालय में गणित के कई अध्यापक हैं तो उनमें से कुछ अध्यापक ज्यादा अनुभवी होंगे तथा कुछ नए होंगे। गणित विषय के ज्ञान के मामले में कुछ शिक्षक ज्यादा अनुभवी होते हैं। यदि गणित के शिक्षक आपस में एक मीटिंग करते हैं तथा प्रत्येक शिक्षक अपने अनुभवों को साझा करता है, अपनी समस्याओं को अन्य शिक्षकों के समक्ष रखता है तो अन्तःक्रिया के माध्यम से प्रत्येक

शिक्षक एक-दूसरे के विचारों को जानकर या अपनी समस्या को अनुभवी शिक्षक से सांझा करके समाधान पा सकता है।

विद्यालय में गणित विषय से सम्बन्धित किसी प्रतियोगिता का आयोजन करने के लिए इस तरह की मीटिंग होती रहती है। कुछ विद्यालयों में महीने के अन्तिम दिन विषय से सम्बन्धित विषयाध्यापकों की मीटिंग होती है जिसमें पाठ्यक्रम की स्थिति, मूल्यांकन की व्यवस्था तथा छात्रों एवं शिक्षकों की समस्याओं पर चर्चा होती है। इस तरह की मीटिंग में गणित विषय का कोई भी अध्यापक अपने विचार एवं समस्याओं को सांझा करने में सहजता महसूस करता है। इसके लिए अध्यापक को कहीं बाहर नहीं जाना पड़ता है इस लिए यह लाभदायक है।

इस तरह की मीटिंग में किसी विशिष्ट सुझाव का आभाव भी बना रहता है क्योंकि सभी शिक्षक उस विद्यालय के ही होते हैं बाहर से विशेषज्ञ नहीं बुलाया जाता है।

2. प्रशिक्षण कार्यक्रम में सहभाग ;। गणित विषय के शिक्षण एवं अधिगम से सम्बन्धित क्षेत्र में वर्तमान समय में बहुत से सामान्य एवं विषिष्ट परिवर्तन हो रहे हैं। जैसे- कम्प्यूटर प्रशिक्षण, योग शिक्षा में प्रशिक्षण, गणितीय ओलम्पियाड के लिए छात्रों को तैयार करने के लिए शिक्षकों को प्रशिक्षण, मूल्यांकन की नई तकनीकी के बारे में प्रशिक्षण, पाठ्य पुस्तक में परिवर्तन के लिए प्रशिक्षण इत्यादि।

सफल एवं प्रभावी अध्यापक बनने के लिए गणित के अध्यापकों को इन सभी परिवर्तनों से सम्बन्धित आयोजित होने वाले प्रशिक्षण कार्यक्रम में प्रतिभाग करना पड़ता है। इन प्रशिक्षण कार्यक्रमों के आयोजक प्रशिक्षण की विषयवस्तु तथा समय की सूचना विभिन्न विद्यालयों को भेजते हैं जिसके आधार पर विद्यालय अपने गणित शिक्षकों को इन प्रशिक्षण कार्यक्रमों में भाग लेने के लिए भेज सकते हैं।

इन कार्यक्रमों के द्वारा शिक्षक विभिन्न कौशलों में प्रशिक्षण लेने के साथ अन्य विद्यालयों के शिक्षकों से भी अन्तःक्रिया करते हैं जो कि उनके व्यवसायिक विकासमें मदद करता है।

कभी-कभी स्कूलों के प्रधानाचार्य शिक्षकों की कमी, ज्यादा कार्यभार एवं अनिच्छा के कारण अपने गणित शिक्षकों को इन कार्यक्रमों में प्रतिभाग के लिए नहीं भेजते हैं। इसके साथ ही आयोजनकर्ता भी कभी-कभी अनुभवी प्रशिक्षक की व्यवस्था नहीं कर पाते हैं जो इस कार्यक्रम की मूलभावना को पूरा नहीं करता है।

3. आजीविकागत संगठनों एवं समितियों की सदस्यता द्वारा ; - गणित विषय से जुड़े कुछ अनुभवी व्यक्ति, शिक्षक अथवा संस्थाएं इस तरह के संगठन एवं समितियों को बनाते हैं। इनका उद्देश्य गणित विषय के क्षेत्र का गुणात्मक विकास करना होता है। इसके लिये ये संगठन समय-समय पर गणित विषय से सम्बन्धित कार्यशालाएँ, सेमिनार, प्रशिक्षण और व्याख्यान का आयोजन करते रहते हैं। इन संगठनों का प्रयास गणित विषय से जुड़े शिक्षकों, छात्रों एवं अन्य संस्थाओं का विकास करना है। नए शिक्षकों अथवा कम अनुभव वाले

शिक्षकों को ये संगठन एक मंच प्रदान करते हैं जहाँ वे अपने विचारों को दूसरों के साथ सांझा कर सकते हैं एवं दूसरों के अनुभवों को जानकर अपना लाभ कर सकते हैं।

इस प्रकार के संगठन अपने कार्य को सम्पादित करने के लिए स्वयं के कर्मचारी, सदस्य एवं अधिकारियों के साथ ही साथ अपनी वेबसाइट भी रखते हैं। गणित विषय जुड़े कुछ संगठनों के नाम अग्रलिखित हैं-

- i. राष्ट्रीय गणित शिक्षक परिषद्
- ii. अन्तर्राष्ट्रीय गणित कांग्रेस
- iii. अन्तर्राष्ट्रीय गणितीय संघ
- iv. दिल्ली गणित अध्यापक संघ
- v. भारतीय गणित अध्यापक संघ
- vi. राष्ट्रीय उच्च गणित अपने राज्य, जिला एवं शहर में गणित विषय से सम्बन्धित कार्य करने वाले कुछ संगठनों की गतिविधियों का उनके उद्देश्य, कार्य एवं परिणाम के संदर्भ में वर्णन करें।

राष्ट्रीय उच्च गणित बोर्ड के बारे में एक प्रतिवेदन तैयार करें।

4. सभाओं के द्वारा सांझा कार्यक्रम ; सभा अथवा कान्फ्रेंस को एक पूर्वनियोजित सम्मेलन के रूप में समझा जा सकता है। यहां पर सूचनाओं का आदान-प्रदान तथा उन पर विमर्श किया जाता है। इन सभाओं में गणित विषय के अध्यापक गणित विषय के किसी बिन्दु पर चर्चा करते हैं तथा उस बिन्दु के बारे में जानकारी प्रदान की जाती है। ये सभाएं भी गणित शिक्षक को अवसर प्रदान करती हैं जहाँ वे अपने विचार व्यक्त कर सकते हैं तथा दूसरों के विचार जान सकते हैं। ये शिक्षक अपने शिक्षण में आने वाली समस्याओं का समाधान भी पा सकते हैं। ये सभाएं क्षेत्रीय, राष्ट्रीय, विश्वविद्यालयी अथवा अन्तर्राष्ट्रीय स्तर की हो सकती हैं।

5. गणित विषय से सम्बन्धित सेमिनार एवं पत्रिकाएं ; सेमिनार में प्रतिभाग करके गणित शिक्षक अपना आजीविकागत विकास करने के साथ अपने पोर्टफोलियो का विस्तार कर सकता है। सेमिनार के माध्यम से गणित विषय का अध्यापक अपने शोध के बारे में जानकारी अन्य अध्यापकों एवं सेमिनार में प्रतिभाग करने वाले सदस्यों को दे सकता है तथा उसके सम्बन्ध में उन सभी से आमने-सामने विचार विमर्श भी कर सकता है।

गणित विषय से जुड़े संगठन, एवं अनुभवी व्यक्ति गणित विषय के उपर समय-समय पर इस तरह के सेमिनार करवाते रहते हैं। सेमिनार आयोजित करने के लिए सेमिनार से जुड़ी आवश्यक बातों जैसे- समय, विषय वस्तु, योग्यता आदि की जानकारी लोगों तक पहुंचाई जाती है। कोई भी अध्यापक इन सूचनाओं के आलोक में इन सेमिनारों में अपना चयन एवं प्रतिभाग सुनिश्चित कर सकता है।

गणित विषय से सम्बन्धित पत्रिकाएं ; सूचनाओं, विचारों, परिणामों एवं क्रियाओं का एक संग्रह होती हैं। गणित विषय से सम्बन्धित सूचनाएं, विचारों एवं अनुसंधान परिणामों को पत्रिकाओं में प्रकाशित किया जाता है। इन पत्रिकाओं में गणित विषय से सम्बन्धित

महत्वपूर्ण लेख जो कि महत्वपूर्ण षोधों के परिणाम एवं महत्वपूर्ण परिवर्तनों से सम्बन्धित होते हैं जिन्हें पढ़कर गणित के अध्यापक अपना व्यावसायिक विकास कर पाते हैं तथा गणित विषय के विकास के लिए कुछ नए शोध करने की प्रेरणा भी पा सकते हैं।

इन पत्रिकाओं का प्रकाशन कुछ महत्वपूर्ण संस्थाएं, व्यक्ति या संगठन करते हैं जिनका मुख्य लक्ष्य गणित विषय से जुड़े लोगों को इस विषय में हो रहे परिवर्तनों से अवगत कराना है। इस तरह की कुछ पत्रिकाएं आजकल आनलाइन भी उपलब्ध हैं।

6. यात्रा ; यात्रा का तात्पर्य उन स्थानों का भ्रमण करना है जिनका गणित विषय की दृष्टि से महत्व हो। गणित का अध्यापक भ्रमण द्वारा उन स्थानों के महत्व की जानकारी प्राप्त करता है जो गणित क्षेत्र के लिए महत्वपूर्ण हैं। जैसे- भारतीय विज्ञान संस्थान, भारतीय प्रौद्योगिकी संस्थान तथा अन्य विश्वविद्यालय जिनमें गणित विषय की उत्कृष्ट पढ़ाई होती हो अथवा ऐतिहासिक महत्व हो, यहां भ्रमण करने से अध्यापक अपने आपको प्रेरित करने में सफल हो सकते हैं जो उनका व्यावसायिक विकास करने में मदद करता है।  
भ्रमण द्वारा कभी-कभी सामाजिक संदर्भों की भी जानकारी मिलती है। इन सामाजिक संदर्भों का गणित विषय के अध्ययन अधिगम से सम्बन्ध बनाने एवं इसका अपने अध्यापन में उपयोग करने की समझ में भी व्यापकता आती है।
7. मेंटोरिंग ; इसका तात्पर्य किसी अधिक अनुभवी व्यक्ति द्वारा किसी कम अनुभवी व्यक्ति को गणित विषय के अध्यापन में पारंगत बनाने के लिए उसको आवश्यक कौशलों, योग्यताओं में प्रशिक्षित करना है। पूर्वसेवाकालीन प्रशिक्षण में शिक्षण अभ्यास के समय प्रत्येक भावी शिक्षक को ऐसा ही एक मेंटोर दिया जाता है जो उस भावी शिक्षक को आवश्यक सुझाव द्वारा उसके अध्यापन कौशल में सुधार करने के लिए मदद करता है।  
आजकल बी.एड. में प्रचलित इन्टर्नशिप में भी मेंटोर का निर्धारण किया जाता है जो भावी शिक्षक की अध्यापन गतिविधियों पे नजर रखते हैं तथा समय-समय पर उन्हें रचनात्मक सुझाव प्रदान करते हैं।  
कार्यशालाओं में भी कुछ अनुभवी शिक्षकों को नए शिक्षकों के समूह का मेंटोर बनाया जाता है जो अपने समूह के प्रत्येक सदस्य के आजीविकागत विकास में महत्वपूर्ण योगदान करते हैं।
8. शिक्षक आदान-प्रदान कार्यक्रम ; सेवाकालीन गणित शिक्षकों के आजीविकागत विकास के लिए गणित शिक्षकों के आदान-प्रदान का कार्यक्रम मुख्य रूप से अच्छे एवं प्रभावी गणित शिक्षकों को दूसरी जगह के विद्यालय में शिक्षण के लिए आमंत्रित करता है। इन शिक्षकों के आदान-प्रदान का तरीका स्थानीय लेकिन दूसरे विद्यालय में, अपने जिले के किसी अन्य विद्यालय में हो सकता है। यह प्रक्रिया अन्तरजनपदीय, अन्तरराज्यीय एवं अन्तर्राष्ट्रीय भी हो सकती है। इसका मुख्य लक्ष्य शिक्षकों एवं छात्रों की समझ में व्यापकता लाना एवं अच्छी प्रभावी शैक्षिक वृत्तियों को संाज्ञा करना है। इस प्रकार के शिक्षक आदान-प्रदान कार्यक्रम में मेहमान शिक्षक प्रभावी विधियों का प्रयोग कर शिक्षण कार्य करता है जिससे मेजबान

विद्यालय के छात्रों एवं अध्यापकों, दोनों को लाभ होता है। यूके/यूएस फुलब्राइट शिक्षक आदान-प्रदान कार्यक्रम, कॉमनवेल्थ शिक्षकों के आदान-प्रदान की लीग कुछ अन्तर्राष्ट्रीय संगठन हैं जो इस प्रकार के कार्यक्रम द्वारा शिक्षकों का आदान-प्रदान करके महत्वपूर्ण शिक्षण/अधिगम परिवर्तन प्राप्त करते हैं।

9. उच्च योग्यता प्राप्त करना - गणित शिक्षण का कार्य शुरू करने के पश्चात् इस क्षेत्र में गणित शिक्षक को उच्च पद प्राप्त करने के लिए उच्च योग्यता की जरूरत होती है। जैसे कि एक प्रशिक्षित स्नातक शिक्षक को परास्नातक शिक्षक बनने के लिए स्नातकोत्तर उपाधि आवश्यक है या स्नातकोत्तर शिक्षक को और ऊँचा पद पाने के लिए अन्य उपयोगी उच्च अध्ययन की आवश्यकता होती है।

उच्च योग्यता प्राप्त करना कई तरह से लाभप्रद होता है। उच्च योग्यता प्राप्त करके अपने ज्ञान की वृद्धि के साथ नए कौशल, शिक्षण विधियों की जानकारी भी हो सकती है। इस कार्य द्वारा शिक्षकों को पुनः से विद्यार्थी बनने का अवसर प्राप्त होता है जिससे वे अपने विद्यार्थियों के बारे में एक नई सोच भी बना सकते हैं। उच्च योग्यता प्राप्त करते समय गणित के अध्यापक को इस विषय के अनुभवी व्यक्तियों से शिक्षा प्राप्त करने का अवसर मिलता है जिसका प्रभाव उनके व्यक्तित्व में भी कुछ सकारात्मक परिवर्तन लाता है। इस प्रक्रिया के उपरान्त गणित शिक्षक का आत्मविश्वास, आत्मसंप्रत्यय एवं गणित विषय के बारे में उसकी सोच में भी सकारात्मक रूप से वृद्धि होती है।

उच्च योग्यता प्राप्त करने के लिए शिक्षक स्वयं से भी प्रयास कर सकता है। कभी-कभी विद्यालय भी अध्यापक को उच्च शिक्षा प्राप्त करने के लिए मौका प्रदान करते हैं। सरकारी शिक्षकों को इसके लिए अध्ययन अवकाश भी मिल सकता है एवं उस दौरान उनको मूल वेतन भी मिलता है। निजी विद्यालयों में प्रायः इसका आभाव होता है फिर भी कुछ निजी संस्थान अपने विद्यालय के हित के लिए कुछ शिक्षकों को उच्च योग्यता प्राप्त करने के लिए भेजते हैं।

10. अन्य विश्वविद्यालयों एवं संकायों के साथ सहयोग ; - विद्यालयी शिक्षा का सर्वव्यापक उद्देश्य छात्रों का सर्वांगीण विकास करना होता है। सर्वांगीण विकास के लिए बालकों के विकास के सभी पक्षों की जानकारी अध्यापक के लिए आवश्यक है। बालक के सामाजिक विकास, शारीरिक विकास, मानसिक विकास एवं स्वास्थ्य के पक्षों की जानकारी शिक्षक को आवश्यक है। इन सभी के साथ विषयवस्तु की जानकारी का भी लक्ष्य महत्वपूर्ण होता है। विश्वविद्यालयों के ज्ञान की खोज (नया ज्ञान) तथा संचरण का स्थान माना जाता है। इस नये ज्ञान को विद्यालयी अध्यापकों तक पहुंचाने के लिए विद्यालयों का विश्वविद्यालयों के साथ जुड़ाव अत्यन्त ही आवश्यक है।

विश्वविद्यालयों के शिक्षा संकाय, मनोविज्ञान संकाय, समाजशास्त्र संकाय एवं चिकित्सा विज्ञान संस्थान महत्वपूर्ण एवं नए परिवर्तनों को समस्त विद्यालयी शिक्षकों तक पहुंचा सकते हैं इस तरह के सहयोग के माध्यम से विद्यालयों के गणित अध्यापक अपने छात्रों के भविष्य में प्रदर्शन के बारे में

जानकारी भी मिल सकती है। विश्वविद्यालय की आवश्यकता एवं उनके यहां चल रहे पाठ्यक्रमों की गुणवत्ता के अनुसार गणित अध्यापक अपने छात्रों का परामर्श एवं निर्देशन भी प्रदान कर पाते हैं।

## 1.8 व्यवसायिक विकास में परावर्तक वृत्ति की भूमिका

गणित विषय का प्रत्येक अध्यापक अपनी सेवा की शुरूआत करने के पहले गणित विषय के शिक्षण से सम्बन्धित महत्वपूर्ण कौशलें की प्राप्ति प्रशिक्षण द्वारा करता है। सेवापूर्व प्रशिक्षण के दौरान अध्यापक, शिक्षण व्यवहार से सम्बन्धित महत्वपूर्ण सैद्धान्तिक ज्ञान के साथ-साथ पाठ योजना बनाना, इकाई योजना बनाना, इंटरशिप करना एवं शिक्षण कौशलों का अर्जन करता है। इसी दौरान वह छात्रों के अधिगम का मूल्यांकन करने का कौशल भी सीखता है।

सेवा प्रारम्भ करने के पश्चात् यदि गणित विषय का अध्यापक स्वयं ही अपने शिक्षण व्यवहार का आलोचनात्मक मूल्यांकन करता है तब वह परावर्तक वृत्ति में संलग्न माना जा सकता है। यह एक सुधारात्मक तथा विकासात्मक वृत्ति है इसकी जिम्मेदारी स्वयं शिक्षक की होती है। यह प्रक्रिया गणित अध्यापकों को अपनी अच्छाई एवं कमजोरी दोनों को खोजने में सहायता करती है। इसे अध्यापकों को खुले मन से एवं उत्तरदायित्व की भावना से पूर्णता के साथ करना चाहिए।

शिक्षक के रूप में कार्य शुरू करने से पहले विषयवस्तु के ज्ञान एवं आजिविका से सम्बन्धित जो कुछ भी अर्जन किया जाता है वह समय के साथ-साथ बदलता रहता है। अतः परावर्तक वृत्ति एवं सतत आजिविका विकास द्वारा प्रत्येक गणित अध्यापक अपने ज्ञान की सीमाओं का विस्तार करता है जिसका महत्वपूर्ण लक्ष्य छात्रों को ज्ञान प्रदान करना होता है। सेवा काल में उच्च एवं प्रभावशाली शिक्षण कौशलों को जानने एवं सीखने के लिए अध्यापकों का परावर्तक होना बहुत जरूरी होता है।

अतः निष्कर्ष रूप से यह कहा जा सकता है कि परावर्तक वृत्ति विशेष रूप से अपने आपको जानना, अपनी अन्तःदशा, व्यवहार एवं उसके प्रभाव का पता लगाना है। यह अध्यापक को अपने व्यवसाय के संदर्भ में अपने विश्वास एवं मूल्यों की पहचान कराता है। यह अध्यापक के शिक्षण व्यवहार में उसके शिक्षण व्यवसाय में आने के दिन से लेकर अन्तिम दिन तक सुधार करना है। यह छात्रों की आवश्यकताओं को पूरा करती है एवं गुणवत्तापूर्ण शिक्षण सम्पादित करने में अध्यापक की मदद करता है। इसकी निम्न भूमिकाएं हो सकती हैं-

1. अध्यापक को स्वयं के शिक्षण व्यवहार की गहन जानकारी के लिए।
2. शिक्षण के प्रकार की जानकारी प्राप्त कर शिक्षा की प्रभाविता बढ़ाने के लिए।
3. कक्षा-कक्ष की विविधता को समझने एवं इसके अनुसार शिक्षण कार्य सम्पादित करने में।
4. अध्यापकों को अपने शिक्षण व्यवहार से सम्बन्धित कमजोरी एवं मजबूती का पता लगाने के लिए।
5. इसके द्वारा शिक्षक को अपने आदर्श व्यवहार की जानकारी तथा उसका प्रमाणीकरण होता है।

6. शिक्षण के परम्परागत उपायों को चुनौती देने तथा उनके वैकल्पिक तरीकों की खोज एवं उनकी प्रभाविता की जांच के लिए।
7. अध्यापक द्वारा अपने शिक्षण कार्य से सम्बन्धित किसी समस्या का समाधान प्राप्त करने के लिए।

#### 4.8.1 परावर्तक वृत्ति के उपाय

परावर्तक वृत्ति के माध्यम से शिक्षक अपने शिक्षण की प्रभाविता, सकारात्मक पक्ष एवं कमियों के बारे में चिंतन करता है। इसको करते हुए वह अपने शिक्षण के लक्ष्यों एवं उद्देश्यों को प्राप्त करने के लिए वैकल्पिक उपायों के बारे में सोचता है। परावर्तक वृत्ति का उपयोग, अध्यापक एक साधन के रूप में करके अपने छात्रों को एक चिन्तनशील, विश्लेषणात्मक एवं वस्तुनिष्ठ शिक्षण उपलब्ध कराता है। चोन ने परावर्तक वृत्ति के बारे में कहा है कि “किसी विषय में प्रशिक्षण के दौरान शिक्षक द्वारा अपने ज्ञान का प्रयोग करने के लिए सोच विचार करना ही परावर्तक वृत्ति कहलाता है। इसका प्रयोग पूर्व सेवा और अन्तर्सेवा दोनों सेवाओं के प्रशिक्षण में किया जा सकता है। पूर्व सेवा स्तर पर प्रशिक्षक एवं सहपाठी दोनों ही परावर्तक वृत्ति के लिए महत्वपूर्ण है”। यह निम्न प्रकार से की जा सकती है-

1. क्रियात्मक अनुसंधान द्वारा ; 2. शिक्षण पत्रिका के प्रकाशन द्वारा ; 3. शिक्षक विकास समूह द्वारा ; 4. अन्य शिक्षकों से चर्चा द्वारा ; क्रियात्मक अनुसंधान किसी विशिष्ट उद्देश्य को ध्यान में रखकर किसी परिस्थिति विशेष से सम्बन्धित विशुद्ध ज्ञान की खोज की जाती है। यह किसी परिस्थिति का मूल्यांकन करने तथा उसको जानने के लिए एक व्यक्तिगत प्रयास है। इसमें सामान्यीकरण पर बल नहीं दिया जाता है।

शिक्षण पत्रिका का मुख्य प्रयोग अपनी समस्या से सम्बन्धित जानकारी प्राप्त करना है एवं किसी समस्या के बारे में अन्य अध्यापकों को अवगत कराया जा सकता है। शिक्षक विकास समूह एक ऐसा समूह है जिसमें कई विद्यालयों के गणित विषय के अनुभवी से लेकर नए अध्यापक होते हैं। यह समूह सभी अध्यापकों की सहमति से बनता है। इसका उपयोग शिक्षक अपनी असफलताओं एवं सफलताओं की चर्चा एवं असफलताओं को दूर करने के लिए करता है।

अन्य शिक्षकों से चर्चा उपर वर्णित समूह से थोड़ा सा भिन्न है यह प्रायः अनौपचारिक होता है तथा बिना समूह की मीटिंग में जाकर भी किया जा सकता है।

#### 4.9 सारांश

आजीविकागत विकास का अर्थ किसी आजीविका में सफल एवं प्रभावी होने के लिए उस आजीविका से सम्बन्धित आवश्यक ज्ञान का अर्जन, कौशलों का विकास एवं कौशलों का प्रभावी निष्पादन है। अध्यापन एक आजीविका है क्यों कि इसे अपनाने के लिए आवश्यक ज्ञान, प्रशिक्षण एवं अभिवृत्ति की जरूरत होती है। सेवापूर्वकालीन आजीविकागत विकास का तात्पर्य शिक्षण व्यवसाय में प्रवेश करने से पहले शिक्षण व्यवसाय के लिए अर्जित कौशल एवं ज्ञान है। सेवाकालीन प्रशिक्षण का

मुख्य लक्ष्य गणित विषय के शिक्षक के ज्ञान को अद्यतन करना है तथा गणित विषय के अध्यापन से जुड़े परिवर्तनों के बारे में उसे अवगत कराना है।

वर्तमान समय में अध्यापक शिक्षा के क्षेत्र में मुख्य बल संरचनावादी उपागम पर दिया जा रहा है तथा अध्यापकों को छात्रों के मार्गदर्शक एवं प्रेरक के रूप में तैयार किया जा रहा है। सेवाकालीन प्रशिक्षण के कई अवसर हैं-

5-साथी अध्यापकों के साथ अन्तःक्रिया ; 2-प्रशिक्षण कार्यक्रम में सहभागिता ; 3-आजीविकागत संगठनों और संस्थाओं की सदस्यता ; 4-सभाओं के माध्यम से सांझा करना ; 5-सेमिनार एवं पत्रिकाएं 6-यात्रा ; 7-मेंटोरिंग ; 8-अध्यापक आदान-प्रदान कार्यक्रम ; 9-उच्च योग्यता हासिल करना

50-अन्य विश्वविद्यालयों एवं संकायों के साथ सहयोग ; परावर्तक वृत्ति का तात्पर्य गणित के अध्यापक द्वारा अपने स्वयं के शिक्षण व्यवहार के बारे में आलोचनात्मक एवं विप्लेष्णात्मक चिन्तन है जिसके आधार पर वह अपने स्वयं के शिक्षण व्यवहार की कमियों को दूर कर के प्रभावी शिक्षक बन सकता है।

#### 4.10 महत्वपूर्ण पुस्तकें

1. Raju ,B. S. P. et all (2055). Pedagogy of Mathematics for two year B.Ed. course. NCERT
2. Namrata(2054). Teacher Education, R.Lall Book Depot, Meerut.
3. Bhattacharya, G. C. (2056). Adhyapak Shiksha, Shri Vinod Pustak Mandir.
4. Sidhu, K. S. (2050). The Teaching of Mathematics, Sterling Publishers
5. Kulshreshtha, A. K. (2052). Teaching of Mathematics, Surya Publication.

#### 4.11 निबंधात्मक प्रश्न

1. आजीविकागत विकास का क्या अर्थ है ? उचित उदाहरण के माध्यम से इसे स्पष्ट करो।
2. सेवापूर्वकालीन एवं सेवाकालीन आजीविकागत विकास के बीच अन्तर बताइए।
3. परावर्तक वृत्ति से क्या तात्पर्य है? यह गणित शिक्षक के आजीविकागत विकास में कैसे सहायक है?
4. वर्तमान समय में अध्यापक शिक्षा के क्षेत्र में पुरे किए परिवर्तनों के बारे में बताइए।

## इकाई 5 - गणित शिक्षक बतौर शोधार्थी

### Mathematics Teacher as a Researcher

5.1 प्रस्तावना

5.2 उद्देश्य

5.3 गणित शिक्षक यह समझे की छात्र गणित कैसे सिखते है

5.4 क्रियात्मक अनुसंधान का अर्थ

5.5 क्रियात्मक अनुसंधान प्रक्रिया की रूपरेखा एवं विभिन्न सोपानो का विश्लेषण

5.6 सारांश

5.7 शब्दावली

5.8 संदर्भ ग्रंथ सूची

5.9 निबंधात्मक प्रश्न

#### 5.1 प्रस्तावना

वेदांग ज्योतिष में गणित की महत्ता पर प्रकाश डालत हुए लिखा है-

*यथा शिखा मयूराणां, नागानां मणया यथा।*

*तद्वेदांग- शात्राणां, गणितं मूर्ध्नि वर्तते॥*

अर्थात्

जिस प्रकार मयूरो की शिखा और सर्पों की माणियां शरीर में सर्वोपरि मूर्धा स्थान (मस्तक) पर विराजमान है, इसी प्रकार वेदों के सब अंगों तथा शास्त्रों में गणित शिरोमणि है।

गणित एक बहुत ही महत्त्वपूर्ण विषय है। अतः इसकी शिक्षा का आदान-प्रदान करने से पहले यह जानना आवश्यक है कि गणित विषय कि प्रकृति क्या है और कैसी है। सामान्यतः गणित विषय को लेकर एक अवधारणा है कि गणित विषय एक कठिन विषय है।

जिसके तीन मुख्य कारण है।

- गणित कि प्रकृति,
- अनुपयुक्त शिक्षण विधि
- गणित के प्रति नकारात्मक भाव (जैसे- गणित एक कठिन विषय है।)

यह सभी एक साथ मिल कर गणित सिखने की प्रक्रिया में बाधक बनते हैं। परन्तु विभिन्न शिक्षण विधियों एवं कुशल शिक्षण ने यह निश्चित किया है कि अगर गणित विषय को उसके प्रकृति के अनुसार एवं छात्र के बौद्धिक स्तर एवं समावेशन को ध्यान में रख कर पढ़ाया जाये तो गणित सिखने एवं सिखाने दोनों कि समस्या का समाधान हो सकता है। विद्यालय पाठ्यक्रम में विभिन्न विषयों की अपनी उपयोगिता है, उसी तरह विद्यालय पाठ्यक्रम में गणित एक महत्वपूर्ण स्थान रखता है प्रत्येक व्यक्ति के जीवन में मातृभाषा एवं गणित सबसे ज्यादा इस्तेमाल होने वाले ज्ञान है। इन दोनों के अलावा दूसरी कोई भी विद्या दैनिक जीवन में इतना इस्तेमाल नहीं होती है।

वर्तमान समय में गणित को विद्यालय पाठ्यक्रम में विशेष महत्व दिया गया है। जैसे कि NCF-2005 में भी बल दिया गया है, कि गणित को एक ऐसे विषय के रूप में लेना चाहिये। जो कि बच्चों के तार्किक ज्ञान को बढ़ावा देता है साथ ही साथ NCF- 2005 में गणित को कैसे सिखाया जाये इस पर भी जोर दिया गया है जैसे संरचनावाद (Constructivism) आदि।

परन्तु गणित विषय को प्रभावशाली तरीके से कैसे पढ़ाया जाये यह अब भी एक शोध का विषय है। प्रतिदिन कुछ नया खोजा जा रहा है और सफलाताये भी मिल रही है, लेकिन समस्या का पूर्ण निदान अब भी शेष है। सम्पूर्ण गणित शिक्षक समुदाय, गणित शिक्षण से जुड़े शोधार्थी एवं गणित शिक्षण से जुड़े अन्य सभी के लिए यह समस्या सामूहिक रूप से सामान्य है- कि गणित को पढ़ाया कैसे जाय? (How to Teach Mathematics?). इसी क्रम में दूसरी बात यह आती है कि गणित शिक्षक यह समझे कि छात्र गणित सिखते कैसे हैं। गणित का ज्ञान बच्चों को कैसे देना है? कौन सी शिक्षण विधि किस प्रकरण (टापिक) को पढ़ाने के लिये सबसे उपयुक्त एवं प्रभावशाली है तथा बाल मन को समझे और उसकी आवश्यकताओं को स्तर के हिसाब से पूरा करे।

जैसे- प्राथमिक, उच्च प्राथमिक, तथा माध्यमिक स्तर क्योंकि गणित कि प्रकृति हर स्तर पर पैर भिन्न-भिन्न तरीको से तर्क, क्रमबद्ध और सर्पिलाकार प्रकृति को विकसित करने पर बल देती है।

अतः इन सभी सवालों के उत्तर ही एक कुशल एवं प्रभावशाली गणित शिक्षक का निर्माण कर सकते हैं।

वर्तमान समय में शिक्षक कि भूमिका में कुछ बदलाव हुये है। जैसे शिक्षक केवल ब्लैक बोर्ड पर पढ़ाने वाला नहीं बल्कि अपने छात्र को रिसोर्स पर्सन की तरह सहयोग करने वाला (Facilitator) माना गया है। शिक्षक कि भूमिका अपने छात्र के सिखने के सफर में एक सहयोगी (Scaffolding) कि तरह है जो कि उसे सिखाये नहीं बल्कि सिखने में सहयोग करे, उसे सिखने के संसाधन (Learning Resources) उपलब्ध कराये और उसे अपना नवीन ज्ञान पूर्व अनुभवों से जोड़ कर नये ज्ञान का सृजन (Construct) करने में मदद करे।

इन विशेष जिम्मेदारियों को निभाने के लिए अब गणित शिक्षक को केवल एक शिक्षक की तरह ही नहीं बल्कि एक शोधार्थी कि तरह भी सोचना है। और एक कुशल शिक्षक सह शोधार्थी (Mathematics Teacher as a Researcher) के रूप में खुद को विकसित करना है।

अतः इस इकाई में हम ये चर्चा करेंगे कि गणित शिक्षक जो कि गणित शिक्षण का एक बेहद महत्वपूर्ण अंग है उसकी भूमिका वर्तमान समय में कैसी हो

- गणित शिक्षक, सिर्फ बतौर एक शिक्षक हो ? या
- गणित शिक्षक बतौर एक शोधार्थी हो ।

## 5.2 उद्देश्य

इस इकाई के अध्ययन के उपरांत आप

1. समक्ष सकेंगे की छात्र गणित कैसे सिखते है।
2. यह समक्ष पायेंगे की छात्र गणित कैसे सिखते है यह जानना गणित शिक्षक के लिए कितना लाभदायक एक आवश्यक है।
3. क्रियात्मक अनुशानाधन की रूपरेखा को समझ सकेंगे एवं उपयोग में ला सकेंगे।
4. क्रियात्मक अनुशानाधन की विभिन्न पदो कि विवेचना सह उदाहरण कर सकेंगे।

## 5.3 गणित शिक्षक यह समझे की छात्र गणित कैसे सिखते है

इस पूरी इकाई का सबसे मुख्य चर्चा यह है कि छात्र गणित कैसे सिखते है। इसके लिए सबसे जरूरी है कि शिक्षक छात्र के अकादमिक स्तर को समझे । क्योंकि गणित के अवधारणा एवं प्रकरण इन सभी स्तरों पर अलग है पर प्रकृति वही है (खोजी, तार्किक, क्रमबद्ध, सर्पिलाकार) जब एक गणित शिक्षक अपने छात्र के मानसिक एक आकादमिक स्तर को पूर्णतयः समक्ष लेता तब वह अपने छात्र को गणित सिखने के मुख्य धारा से जोड़ पता है ।

गणित को एक विषय से ज्यादा अगर हम इसे एक बोधिक खेल(Mental Game) के तौर पर समझे तो गणित का भय (Mathematics Anxiety) को भी काफी हद तक कम किया जा सकता है । भोजन चाहे कितना भी स्वादिष्ट हो पर अगर ठीक तरह से परोसा ना जाये वो वह भी खाने योग्य नहीं रहता। ठीक उसी तरह गणित के छात्र को भी अगर गणित विषय जटिलता से प्रस्तुत किया जाये तो विषय के लिए उनमे अरुचि पैदा होना स्वाभाविक है । अतः गणित विषय को छात्र के सामने क्लासरूम में कैसे प्रस्तुत करे यह एक मुख्य चुनौती है।

कक्षा में जो भी प्रकरण, सूत्र या नियम छात्रों को पढ़ाना है, उसे तर्क वितर्क और उनके पूर्व अनुभवों से जोड़ कर ही अध्यापक को प्रस्तुत करना चाहिए, साथ ही साथ अध्यापक को बालकों के समस्या को जानने का प्रयास करते हुए शिक्षण की विधियों का समायोजन भी करते रहना चाहिये ।

शैक्षिक मनोविज्ञान में सिखने के कई सिद्धान्त दिये गये है जैसे, पैवलाव के नियम, स्किनर के नियम , गैस्टाल्ट आदि के नियम इस सभी का उपयोग शिक्षक कक्षा में एवं अपने पाठ योजना कि तैयार में करता है। परन्तु अन्य विषयों कि तरह ही पूर्व ज्ञान का उपयोग गणित सिखने में बहुत ज्यादा सहायक होता है। जैसे कि उदाहरण के तौर पर, अगर बालक को चर (Variable) एवं बीजगणितीय समीकरण

(Algebraic Equation) का पूर्व ज्ञान एवं समझ नहीं है तो उसे  $x+2=0$ ,  $x/2=3$  जैसे समीकरण को हल करने में समस्या का सामना करना पड़ सकता है।

इस वजह से गणित शिक्षण एक रोमंचक एवं चुनौतिपूर्ण कार्य माना गया है, क्योंकि गणित का हर मूलभूत प्रत्यय (Fundamental Concept) अन्य प्रत्यय का आधार बनता है जो कि गणित कि सीर्पलाकार प्रवृत्ति का समर्थन करता है।

इस प्रकार गणित शिक्षक को कुछ मुख्य बिन्दुओं को ध्यान रखना चाहिए जैसे-

1. विषय-वस्तु का चयन करते समय गणित विषय की प्रकृति पर विशेष ध्यान देना चाहिये।
2. छात्र गणित के संरचनात्मक (Structural) एवं कार्यात्मक पक्ष (Functional) को भी समझे।
3. संक्रियाओं के औपचारिक गुणों (Formal Properties of Operations) को भी समझे।
4. स्वतः सिद्ध (Axiomatic) विवरण या स्पष्टीकरण (Explanation) को विशेषतः समझे।
5. विशिष्ट संकेतों (Precise Symbols) के उपयोग एवं कार्यात्मक (Functional) पक्ष को बेहतर से बेहतर तरीके से समझे।

### 5.3.1 गणित की प्रकृति को समझे

विद्या चाहे जो भी है, ज्ञान का स्थानान्तरण तभी हो सकता है जब उस ज्ञान का अनुभव हुआ हो। ठीक यही बात गणित सिखाने पर भी लागू होती है। गणित सिखाने से पहले गणित को सिखाना जरूरी है।

एक गणित शिक्षक के लिये सबसे जरूरी बात है गणित कि प्रकृति को समझे, छात्र गणित को कैसे सिखते है यह समझना जरूरी है, केवल छात्र मनोविज्ञान को समझना ही काफी नहीं है।

जैसा कि हम सभी जानते है कि गणित की प्रकृति तार्किक है तथा गणित का आधार ही तर्क है जो कि अन्य सभी विषयों से भिन्न है इस वजह से गणित शिक्षक कि जिम्मेदारियाँ भी ज्यादा होगी। गणित विषय में सिखाये जाने वाला हर ज्ञान एक क्रमबद्ध तरीके से ही सिखा जा सकता है। क्योंकि केवल गणितीय संरचना समझने से ही गणित का बोध हो यह जरूरी नहीं है। गणित के कार्यात्मक पक्ष को भी समझना जरूरी है उदाहरण के तौर पर बराबर का चिह्न “=”, इस चिह्न में दोनों ही बातें है संरचनात्मक (structural) और कार्यात्मक (functional) संरचनात्मक तो यह कि यह बराबर (equal) का चिह्न है और कार्यात्मक यह है कि बराबर का चिह्न समीकरण के दोनों पक्षों को मान बराबर (equal) – बराबर बाँटता है।

इस प्रकार के आने वाली सामान्य चुनौतियों का हल पाना और एक गणितिय माहौल का निर्माण करना हि एक गणित शिक्षक कि सबसे कठिन चुनौति है। जैसे कि राष्ट्रीय पाठ्यचर्या रुपरेखा-2005 के अर्न्तगत भी मुख्यतः सुझाया गया है। बालक को ऐसा वातावरण प्रदान करना जो कि उसके अपने दैनिक जीवन से मिलता-जुलता रहे (Mathematlsatlon) गणित सिखने के व्यावहारिक पक्ष कि चुनौतियों को हल करने के साथ ही साथ, उसे दैनिक जीवन से जोड़ना ही सबसे कुशल शिक्षक की योग्यता का प्रमाण माना जा सकता है।

गणित विषय की अपनी एक अलग प्रकृति है, जिसके आधार पर हम उसकी उपयोगिता अमूर्त प्रत्ययोंको समझने एवं उसकी चर्चा करने के लिए भी उपयोग में ला सकते हैं। गणित के नियम, सिद्धान्त, सूत्र सभी स्थानों पर एक समान होते हैं जिससे उनकी सत्यता की जाँच किसी भी समय तथा स्थान पर की जा सकती है जो कि अमूर्त प्रत्ययों ( abstract concept) को समझने में सहायता करती है।

गणित शिक्षक को गणित कि प्रकृति को समझने से गणित शिक्षण के उद्देश्यों में गणित के सामाजिक उपयोग ( social appllcatlon) को भी अधिक से अधिक समझाने में मदद मिलती है।

### अभ्यास प्रश्न -

1. गणित की प्रकृति कैसी है? स्पष्ट कीजिये ।
2. छात्र गणित कैसे सिखते हैं? स्पष्ट कीजिये ।

## 5.4 क्रियात्मक अनुसंधान का अर्थ

क्रियात्मक अनुसंधान, अनुसंधान की नवीनतम शाखा है। इसकी प्रकृत प्रयोगात्मक व व्यावहारिक होती है। विद्यालयों की कार्य पद्धति में सुधार एवं विकास लाने के लिए यह एक सराहनीय विधि है। क्रियात्मक अनुसंधान के उपयोग से कक्षा तथा विद्यालय की समस्याओं का क्रमबद्ध तरीके से अध्ययन किया जा सकता है। तथा एक शिक्षक अपने शिक्षण में सुधार लाने के लिए भी क्रियात्मक अनुसंधान का उपयोग करता है साथ ही साथ स्कूल प्रशासन अपने प्रशासनात्मक व्यवहार को सुधारने के लिए भी क्रियात्मक अनुसंधान का उपयोग कर सकता है। क्रियात्मक अनुसंधान में कार्य तथा व्यवहार पक्षों, उनकी उपादेयता तथा गुणवत्ता पर अधिक बल दिया जाता है।

क्रियात्मक अनुसंधान के उपयोग से शिक्षक अपनी समस्याओं को वस्तुनिष्ठ तरीके से विश्लेषित करते हैं और उनका निराकरण तथा समाधान प्रयोगात्मक तरीके से प्राप्त करते हैं।

### 5.4.1 क्रियात्मक अनुसंधान के कुछ प्रमुख विशेषताएँ

1. क्रियात्मक अनुसंधान परिस्थितिगत शोध है क्योंकि इसके तहत किसी विशिष्ट सन्दर्भ में समस्या का निदान एवं समाधान प्राप्त करने की कोशिश की जाती है।
2. क्रियात्मक अनुसंधान के तहत समस्या का चयन यथार्थ के अत्यन्त मूर्त स्तर से होता है, अतः इसका स्वरूप उतना ही स्पष्ट एवं मूर्त रहता है जितना कि स्थानीय परिस्थिति का।
3. क्रियात्मक अनुसंधान मुख्य विद्यालय के शिक्षकों, प्रबंधकों तथा निरीक्षकों में वैज्ञानिक दृष्टिकोण की उत्पत्ति करता है।
4. क्रियात्मक अनुसंधान मुख्य विद्यालय कि कार्य-प्रणाली कि समस्याओं का अध्ययन करना, उनका हल ढूँढना तथा कार्य-प्रणाली में सुधार तथा विकास करना है।

### 5.4.2 क्रियात्मक अनुसंधान की समस्याओं का चयन

अनुसंधान कार्य में प्रायः यही सोचा जाता है कि अनुसंधान कार्य केवल विशेषज्ञों का कार्य होता है। परन्तु यह सोच क्रियात्मक अनुसंधान के क्षेत्र में बिल्कुल ही अमान्य है। लेकिन क्रियात्मक अनुसंधान की प्रकृति ही इस प्रकार है कि इसके लिए अत्याधिक अनुसंधान कुशल व्यक्ति की आवश्यकता नहीं होती। यह कार्य स्कूल शिक्षक बड़ी आसानी से कर सकता है। क्रियात्मक अनुसंधान की पृष्ठभूमि में स्कूल तथा शिक्षा जगत की दिन- प्रतिदिन की समस्याओं को ही शामिल किया जाता है। यदि शिक्षक को क्रियात्मक अनुसंधान की प्रक्रिया के बारे में ज्ञान हो तो वह इसका पूरा इस्तेमाल अपनी शिक्षण एवं कक्षा समवर्न्धा समस्याओं के समाधान के लिए कर सकता है।

वर्तमान समय में क्रियात्मक अनुसंधान का उपयोग बेहद आवश्यक माना गया है। विशेषकर विद्यालय कार्य-प्रणाली में सुधार प्रगति लाने के लिए क्रियात्मक अनुसंधान आज बेहद आवश्यक हो गया है। क्रियात्मक अनुसंधान की समस्याओं का चयन विद्यालय तथा उसके कार्यकर्ताओं की कार्य-प्रणाली अशोधित एवं उतकृष्ट करने के दृष्टि से करना चाहिए। स्कूली शिक्षा के क्षेत्र में शोध का उद्देश्य शिक्षक द्वारा अपनी शिक्षक पद्धतियों, शिक्षण कौशलमें सुधार लाने या महत्वपूर्ण बदलाव लाने के लिये किया जाता है। इस वजह से स्कूली समस्याओं में क्रियात्मक अनुसंधान की महत्ता अधिक हो जाती है। इसका प्रमुख कारण यह है कि क्रियात्मक अनुसंधान को पुरा करने में अलग से धन एवं साधनों के निवेश की आवश्यकता नहीं होती है।

प्रत्येक विद्यालय में कुछ न कुछ समस्या प्रति दिन आती है एवं उसका निदान भी आवश्यक हो जाता है। कभी-कभी समस्याओं को पहचानने में शिक्षक की व्यक्तिगत भिन्नता भी काम आ जाती है। इस प्रकार क्रियात्मक अनुसंधान में शिक्षक एवं स्कूल प्रधानाचार्या की भूमिका बेहद महत्वपूर्ण हो जाती है क्योंकि जब तक सही तौर पर समस्या तक पहुंचा नहीं जायेगी इसका निदान असंभव है चाहे जो भी अनुसंधान की विधि उपयोग हो। जैसा कि उपर हमने चर्चा की है। कि क्रियात्मक अनुसंधान में स्कूली समस्या का निदान किया जाता है तो समस्या भी निश्चित स्कूल वातावरण से ही होगी जिनको हम अलग-अलग भाग में बांट सकते हैं जैसे:-

1. शिक्षण विधियों से सम्बन्धित समस्याओं का चयन।
2. अनुशासन से सम्बन्धित समस्याओं का चयन।
3. विद्यालय में समायोजन संबंधी समस्या का चयन।
4. विद्यालय संगठन एवं प्रशासन की समस्या का चयन आदि।

इस तरह की विभिन्न समस्याओं को चार भागों में विवेचित किया जाता है।

1. शिक्षण से सम्बन्धित समस्याएँ।
2. परीक्षण से सम्बन्धित समस्याएँ।
3. पाठ्यक्रम सहगामी क्रियाओं के आयोजन से सम्बन्धित समस्याएँ।

4. विद्यालय के संगठन की गुणवत्ता से सम्बन्धित समस्याएँ।

**5. शिक्षण से सम्बन्धित समस्याएँ** - इस तरह की समस्याएँ मुख्यतः छात्र तथा शिक्षक से जुड़ी हुई होती हैं। जिनको मुख्यतः निम्नांकित रूपों में वर्गीकृत किया जा सकता है।

1. पाठ्य-वस्तु को समझने की समस्या।
2. उपयुक्त एवं प्रभावशाली शिक्षण- विधि की समस्या।
3. गृह-कार्य तथा लिखित कार्य की समस्या।
4. छात्रों की रुचि न लेने की समस्या।
5. कक्षा में विलम्ब से आने की समस्या।
6. कक्षा में अनुपस्थित रहने की समस्या।

**2. परीक्षण से सम्बन्धित समस्याएँ** - इस तरह की समस्या दूसरी प्रमुख समस्याओं में से है जो कि विद्यालय में परीक्षण करना, कैसे करना, कब करना, आदि से सम्बन्धित है। इन समस्याओं को निम्न प्रकार वर्गीकृत किया जा सकता है।

1. परीक्षण विधि की विश्वसनीयता एवं वैधता की समस्या।
2. परीक्षण में प्रयुक्त होने वाले परखों (सवाल) के निर्माण की समस्याएँ।

इस क्षेत्र में अधोलिखित प्रकार की समस्याओं का उल्लेख किया जा सकता है-

1. विद्यालय में विविध क्रियाओं (जैसे-शिक्षण, पाठ्यक्रम सहगामी क्रियाएँ, परीक्षण, आदि) में समन्वय लाने की समस्या। विद्यालय में शैक्षिक वातावरण निर्मित करने की समस्या।
2. विद्यालय में अनुशासन की समस्या।
3. विद्यालय के स्तर को ऊँचा उठाने की समस्या।
4. विद्यालय में सम्पूर्ण गुणवत्ता प्रबन्ध के तरीकें एवं रणनीतियों को अपनाने की समस्या।
5. अध्यापकों में परस्पर सहयोग एवं संगठन के साथ कार्य करने के प्रति प्रेरणा प्रदान करना।

क्रियात्मक अनुसंधान के समस्या का चयन करते समय कुछ विशेष बातों पर ध्यान देना चाहिए जैसे-

1. समस्या का सम्बन्ध विद्यालय से हो।
2. समस्या का सम्बन्ध जिस व्यक्ति से हो, वह स्वयं उसका प्रत्यक्षीकरण करें।
3. समस्या का क्षेत्र न तो अत्यन्त व्यापक हो और न अत्यन्त संकुचित हो।
4. समस्या का जिस परिस्थिति से सम्बन्धित हो, उसका निश्चित पता हो।

उपरोक्त बिन्दुओं के अलावा क्रियात्मक अनुसंधान में समस्या का चयन कुछ विशेष तत्वों पर आधारित होता है।

1. परीक्षकों के प्रश्न-पत्र में छात्रों को अधिक विकल्प देने की समस्या।
2. परीक्षण तथा शिक्षण में समन्वय लाने की समस्या।
3. प्रश्न- पत्र में निबन्धात्मक एवं वस्तुनिष्ठ परखों के समन्वय की समस्या।

(3) पाठ्यक्रम सहगामी क्रियाओं के आयोजन से सम्बन्धित समस्याएँ - इस तरह की समस्याएँ छात्रों एवं उनके आपसी ताल मेल सामाजिक कार्य में रुचि न होना, मैत्री भाव न होना, नेतृत्व क्षमता के विकास करना से सम्बन्धित होता है। इस प्रकार की समस्याओं को निम्नांकित रूप में विभाजित किया जा सकता है।

1. पाठ्यक्रम सहगामी क्रियाओं में छात्रों द्वारा स्वयं रुचि न लेना।
2. विविध पाठ्यक्रम सहगामी क्रियाओं का विधिवत् आयोजन न होना।
3. पाठ्यक्रम सहगामी क्रियाओं को विद्यालय का आडम्बर मात्र समझने की समस्या।
4. पाठ्यक्रम सहगामी क्रियाओं में उद्देश्य विहीनता की समस्या आदि।

(4) विद्यालय के संगठन एवं प्रबन्धन की गुणवत्ता से सम्बन्धित समस्याएँ- ऐसी समस्याएँ संगठन एवं प्रबन्धन से सम्बन्धित होती हैं। क्रियात्मक अनुसंधान इस प्रकार की समस्याओं के लिए सर्वोत्तम व्यक्ति है। इस प्रकार एक गणित शिक्षक को हम नयी रूप से पाते हैं जो कि शिक्षक तो है ही, पर साथ ही साथ एक शोधार्थी के रूप में भी अपना ज्ञान उपयोग में लाये। उपरोक्त बिन्दुओं के अलावा क्रियात्मक अनुसंधान में समस्या का चयन कुछ विशेष तत्वों पर आधारित होता है।

1. अनुभूति आवश्यकता।
2. परिस्थितियों का वस्तुनिष्ठ विश्लेषण।
3. परिस्थितियों के प्रति आलोचनात्मक दृष्टि।
4. विद्यालय की प्रक्रियाओं में अन्तर्दृष्टि।

#### 5.4.3 परियोजना एवं उसमें सुधार का प्रारूप

Experimental Projects को प्रस्तुत करने के निमित्त प्रारूप (Proforma) निश्चित किया है।

#### (क) योजना के सम्बन्ध में सूचना (Information about the Project)

1. योजना का शीर्षक (Title of the Project)
2. उद्देश्य (Aims)
3. प्रणाली (Procedures)
4. मूल्यांकन (Evaluations)
5. अनुमानित व्यय (Estimated Expenditure )

#### (ख) विद्यालय के सम्बन्ध में सूचना (Information about the School)

1. नाम (Name).....
2. विद्यार्थियों की संख्या (Number of Students).....
3. अध्यापकों की संख्या तथा उन अध्यापकों के नाम (योग्यता तथा अनुभव सहित) जो योजना से सम्बन्धित हैं..... (Strength of the staff with

the names, qualifications, and experience of teachers, who would be concerned with the projects)

4. क्या विद्यालय ने इस तरह की योजना इसके पूर्व कभी ली है यदि हाँ, तो उसका संक्षिप्त विवरण दिया जाए।..... (Has the school undertaken any such project or experimentation before? If so, a brief account of the experiment may be given)
5. योजना के क्रियान्वयन में विद्यालय किस प्रकार की सुविधा- फर्नीचर तथा आवश्यक साधन, आदि के रूप में प्रदान कर सकता है?..... (What facilities in the shape of furniture, equipment, etc. can be school provide for carrying out the project)
6. योजना के अनतर्गत कार्य करने के लिए क्या विद्यालय अपने अध्यापकों को समय उपलब्ध करा सकता है? (Will the School be able to provide time for the teachers to work on the project?)
7. प्रस्तावित योजना के सम्बन्ध में कोई अतिरिक्त सूचना जो विद्यालय देना चाहेगा।..... (Any other information the school would like to supply in connection with the proposed project)
8. विद्यालय के समीपस्थ प्रसार-सेवा-विभाग का नाम।..... (Name of the Extension Services Department nearest to the school)

#### 5.4.4 शिक्षा में क्रियात्मक अनुसंधान के लिए विकसित प्रारूप

##### योजना का प्रारूप

1. योजना का शीर्षक.....
2. अनुसंधानकर्ता.....
3. योजना की पृष्ठभूमि.....
4. योजना का उद्देश्य.....
5. योजना का महत्त्व (विद्यालय के लिए).....
6. समस्या-
  - (क) समस्या का क्षेत्र.....
  - (ख) समस्या का विशिष्ट रूप.....
  - (सीमांकन तथा परिभाषीकरण)

- (ग) समस्या के लिए साक्षियाँ.....
- (घ) समस्या के कारणों का विश्वलेषण .....
- (ङ) विशेष बातें.....
7. क्रियात्मक पकिल्पनाओं का निरूपण.....

क्रिया पक्ष (प्रस्तावित क्रिया)	लक्ष्य पक्ष (अभीष्ट परिणाम)
------------------------------------	--------------------------------

8. क्रियात्मक परिकल्पना का क्रियान्वयन.....

क्रियाएँ	विधि	अपेक्षित साधन
जो प्रारम्भ करनी हैं	किस प्रकार उन्हें सम्पादित किया जायेगा तथा अनुमानित समय	किन साधनों द्वारा सम्पादित किया जायेगा

9. मूल्यांकन.....  
(प्रस्तुत क्रियात्मक परिकल्पनाओं के आधार पर)

50. अनुसंधानकर्ता की टिप्पणी.....

#### 5.4.5 एन0 सी0 ई0 आर0 टी0 द्वारा क्रियानुसंधान परियोजना के लिए विकसित प्रारूप (An Outline of Action Research Projects as Proposed by NCERT)

NCERT द्वारा क्रियानुसंधान प्रायोजना हेतु निम्नांकित सोपान विकसित किया गये हैं जिनका प्रयोग शिक्षक क्रियानुसंधान परियोजना प्रारूप बनाने के लिए कर सकते हैं।-

1. क्रियानुसंधान परियोजना का शीर्षक।
2. परियोजना के मुख्य एवं गौण उद्देश्य।
3. परियोजना कार्य की प्रणाली।
4. परियोजना कार्य-प्रणाली की क्रियान्वयन योजना।
5. परियोजना की मूल्यांकन व्यवस्था।
6. परियोजना के लिए बजट प्रारूप।
7. विद्यालय का नाम, कक्षा व वर्ग तथा छात्रों की संख्या, जहाँ क्रियानुसंधान किया जाना है।
8. विभिन्न विषयों में शिक्षकों की संख्या।

9. विद्यालय में परियोजनाओं कार्य के लिए उपलब्ध सुविधाएँ।
10. निष्कर्ष।
11. अनुसंधानकर्ता की टिप्पणी

### अभ्यास प्रश्न

3. योजना के प्रारूप को स्पष्ट रूप से समझाइए। क्रियात्मक अनुसंधान में समस्या के क्षेत्र का वर्णन कीजिये।

## 5.5 क्रियात्मक अनुसंधान प्रक्रिया की रूपरेखा एवं विभिन्न सोपानों का विश्लेषण

क्रियात्मक अनुसंधान व्यावहारिक स्तर पर प्रतिदिन की क्रियाओं में वैज्ञानिक ढंग से सुधार लाने की एवं विधि है। जिसके उपयोग से शिक्षक एवं प्रधानाचार्य अपने शिक्षण एवं विद्यालय में आने वाली समस्या को प्रयोगात्मक एवं व्यावहारिक स्तर पर हल कर सकते हैं।

किसी भी समस्या या शोध में समस्या का चयन सबसे प्रमुख होता है अब तक समस्या का स्वरूप मूर्त नहीं होता- समाधान प्राप्त करने की चेष्टा में निश्चिन्ता नहीं आ सकती। छात्र एवं शिक्षक दोनों ही अधिगम के अभिन्न अंग हैं। इसलिए इसने जुड़ी समस्या का निदान अत्यन्त आवश्यक है। और अगर समस्याओं का वैज्ञानिक ढंग से उपाय किया जाये तो सबसे बेहतर होता है। क्योंकि तब हम अपने उद्देश्य को भली-भाँति समझते और उसकी प्राप्ति के लिए पक्षपात को दूर रखते हैं और वास्तविक निष्कर्ष पर पहुँचते हैं।

### 5.5.1 क्रियात्मक अनुसंधान के सोपानों को निम्न भागों में बाँटा जा सकता है।

#### सोपान 1. समस्या को पहचानना।

क्रियात्मक अनुसंधान के प्रारम्भ में पहले समस्या के क्षेत्र (problem area) को पहचाना जाता है। जब तक समस्या की अनुभूति नहीं होगी तब तक अनुसंधान का प्रारंभ नहीं हो सकता। समस्याओं को पहचानना आसान नहीं है। यह नित्य अपने कार्यों में यन्त्रवत् आगे बढ़ते चले जाते हैं। जबतक हमारे स्वार्थों पर आघात पहुँचाने वाली कोई बाधा उपस्थित नहीं होती, हम अपनी परिस्थितियों के प्रति जागरूक नहीं होती। यदि अध्यापक, प्रधानाचार्य, प्रबंधक तथा विद्यालय – निरीक्षक अपने क्षेत्र में अपने ज्ञान को सुसज्जित रखने का प्रयास करें, सदैव कुछ – न – कुछ विशेष जानकारी प्राप्त करते रहे तो इसमें लेशमात्र भी सन्देह नहीं किया जा सकता है की वे अपनी समस्याओं को समझने एवं पहचानने में समर्थ होंगे।

#### सोपान 2. समस्या का परिभाषीकरण एवं सीमांकन

समस्या को व्यापक रूप में पहचान लेने पर दूसरा महत्वपूर्ण कार्य यह होता है की उसे विश्लेषित किया जाये तथा उसका मुख्य स्वरूप निश्चित किया जाय। इससे समस्या का समाधान प्राप्त करने में सरलता होती है, समस्या का मुख्य बिन्दु निश्चित हो जाता है जिससे समस्या का अध्ययन विधिवत् हो सकता है।

### सोपान 3. समस्या के संगत कारणों का विश्वलेक्षण

समस्या का विशिष्ट रूप निश्चित हो जाने पर अनुसंधानकर्ता अब यह विचार करता है की वे कौन - से सम्भव कारक या कारण है, जिससे समस्या का सम्बन्ध हो सकता है। समस्या -विशेष के कारणों का पता लगाने के लिए वह अनेक प्रकार की प्रमाण एकत्र करता है।

### सोपान 4. क्रियात्मक परिकल्पना का निर्माण

क्रियात्मक अनुसंधान की प्रक्रिया में परिकल्पना (Hypothesis) का महत्वपूर्ण स्थान है। इन परिकल्पना द्वारा समस्या के समाधान के तरफ केंद्रित हुआ जाता है। तथा एक सपष्ट दिशा के तरफ कदम उठाए जाते है। क्रियात्मक परिकल्पना में समस्या के प्रति ऐसे कथन से, जिनके द्वारा समस्या का समाधान इंगित होता है। ऐसे कथनों को हमेशा अस्थाई समाधान के रूप में ही मानना चाहिये।

### सोपान 5. क्रियात्मक परिकल्पना की परीक्षा हेतु उपयुक्त रुपरेखा तैयार करना।

क्रियात्मक परिकल्पना की परीक्षा हेतु एक उपयुक्त रुपरेखा निर्मित करनी पड़ती है। यह रुपरेखा सम्पूर्ण कार्य को वैज्ञानिक बना देती है। इसके आधार पर अनुसंधानकर्ता कुछ निश्चित परिणामों पर पहुँचता है।

#### क्रियात्मक परिकल्पना की परीक्षा हेतु उपयुक्त रुपरेखा बनाने के विधि

क्रियाएँ जो प्रारम्भ करनी हैं	विधि	अपेक्षित साधन
.....	.....	.....

### सोपान 6. क्रियात्मक परिकल्पना के सम्बन्ध में अन्तिम निर्णय तथा उसका आधार

क्रियात्मक परिकल्पना के सम्बन्ध में अन्तिम निर्णय लेने से तात्पर्य यह है के अनुसंधानकर्ता यह निश्चय कर ले जिस उद्देश्य को ध्यान में रख कर परिकल्पना के अंतर्गत क्रियाये सम्पादित की गए है। वह उद्देश्य प्राप्त हुआ अथवा नहीं।

अब हम इन सोपानों को उदाहरण द्वारा और विस्तार से स्पष्ट करेंगे।

### गणित शिक्षण में क्रियात्मक अनुसंधान का उदाहरण

### 1. समस्या का शीर्षक एवं समस्या क्षेत्र को पहचानना -

“ 70% 8 वी के छात्रों द्वारा गणित विषय के प्रश्न पत्र में ग्राफ (graph) से जुड़े सवालों में त्रुटी करना एवं संतोषजनक प्रदर्शन न कर पाने की समस्या को कम करना।”

### 2. समस्या की पृष्ठभूमि एवं सीमांकन.

योजना की पृष्ठभूमि-

गत वर्षों में छात्रों में यह समस्या हो रही है कि वे अपने गणित के प्रश्न पत्र में ग्राफ (graph) से जुड़े सवालों में त्रुटी कर रहे हैं। जिसके वजह से उनके नंबर गणित में कम आ रहे हैं। यदि यही स्थिति बनी रही तो छात्रों को अगली क्लास में ग्राफ से जुड़े और जटिल सवालों को हल करने में कठिनाई आ सकती है।

### 3. अनुसंधानकर्ता-

गणित विषय को पढ़ाने वाले वरिष्ठ अध्यापक एक टीम के रूप में।

### 4. योजना का उद्देश्य

1. छात्रों को ग्राफ का उचित उपयोग करना सिखाना।
2. छात्रों द्वारा ग्राफ से जुड़े सवालों में होने वाली त्रुटी का उचित निदान करना।

### 5. योजना का महत्व (छात्रों के लिए)

ग्राफ से जुड़े सवालों में तर्क और अवलोकन की क्षमता बढ़ाने के गुण होते हैं। अगर बच्चे इन सवालों को सही तरह से हल करें और समझे तो उनके इन क्षमता का विकास हो सकता है।

### 6. क्रियात्मक परिकल्पना का निर्माण

**परिकल्पना 5.** छात्रों को दैनिक जीवन में ग्राफ का उपयोग सिखा के ग्राफ के मूल कॉन्सेप्ट्स को सिखाया जा सकता है।

**परिकल्पना 2.** छात्रों को गणित प्रयोगशाला में ग्राफ पर बिंदु अंकित करना एवं x – एक्सिस (axls) और y- एक्सिस (axls) पर बिंदु को पहचानना सिखाया जा सकता है।

### 7. क्रियात्मक परिकल्पना का क्रियान्वयन

#### क्रियात्मक-परिकल्पनाओं संख्या (5)

परिकल्पना 5 की सत्यता जानने के लिए निम्न क्रियाओं को किया जा सकता है।

क्रियाएँ जो प्रारम्भ करनी हैं	विधि	अपेक्षित साधन
1. छात्रों को दैनिक जीवन में दूरी एवं मापन से जुड़े सवाल को ग्राफ पर हल कराया जा सकता है।	ग्राफ से जुड़े ऐसे सवाल दे कर जो की दूरी एवं मापन से जुड़े हो।	ग्राफ पर आधारित गणितीय सवालों के प्रश्न-पत्र।

<p>विभिन्न प्रकार की समय एवं दूरी के सवालों को एक साथ ग्राफ में प्लॉट करना बताया जा सकता है।</p> <p>2. छात्रों को गृह कार्य में ग्राफ से सम्बंधित सवाल हल करने तथा उनके उपयोग से जुड़े सवाल भी दिए जा सकते हैं।</p>	<p>उन सवालों के सूची बनाना जिनको हल करने में छात्रों को समस्या होती है।</p> <p>समय- तीन कालांश</p>	<p>उन सवालों के प्रश्न-पत्र।</p>
---	--	----------------------------------

**क्रियात्मक परिकल्पना संख्या (2)**

परिकल्पना 2 की सत्यता जानने के लिए निम्न क्रिया को किया जा सकता है।

क्रियाएँ जो प्रारम्भ करनी हैं	विधि	अपेक्षित साधन
<p>1. छात्रों को गणित प्रयोगशाला में ग्राफ दिखा कर उसके सभी प्रत्यय को विस्तार से बताया जा सकता है तथा स्केल, पेंसिल एवं ग्राफ पर के सहयता से ग्राफ बिंदु अंकित करना एवं x – एक्सिस (axls) और y- एक्सिस (axls) पर बिंदु को पहचानना सिखाया जा सकता है।</p> <p>2. जो सवाल करने में छात्रों को समस्या हो उन सवालों को शिक्षक खुद कर के दिखाए।</p>	<p>छात्रों को गणित प्रयोगशाला में ले जाकर ग्राफ एवं उससे जुड़े प्रत्ययों को सजीव रूप से दिखाया जायेगा।</p>	<p>ग्राफ पेपर, पेंसिल, पेपर, स्केल, रबर, पेन कॉपी एवं उन सवालों के सूची जिनको हल करने में छात्रों को समस्या होती है।</p>

	छात्रों को गणित प्रयोगशाला में उन सवालों को शिक्षक खुद कर के दिखायेंगे जिनको हल करने में छात्रों को समस्या हो। समय- तीन कालांश	.....
--	---	-------

**8. मूल्यांकन-** प्रस्तुत योजना में क्रियात्मक परिकल्पनाओं का मूल्यांकन ग्राफ पेपर, एवं ग्राफ से जुड़े सवालों के द्वारा किया जायेगा। ग्राफ से जुड़े सवालों के उत्तर एवं उत्तरों में की गयी त्रुटी की जाँच अध्यापक स्वयं करेंगे। अनुसंधानकर्ता कारणों की वास्तविकता का पता उपयुक्त साक्षियाँ जुठाकर करेंगे।

**9. अनुसंधानकर्ता की टिप्पणी -** ग्राफ तथा ग्राफ से जुड़े सवालों को हल करने में होने वाली त्रुटियों का विवरण प्रस्तुत किया जायेगा।

---

### अभ्यास प्रश्न

1. क्रियात्मक परिकल्पना का क्रियान्वयन समझाइए। क्रियात्मक अनुसंधान में समस्या पहचानना क्यों आवश्यक है।
2. क्रियातात्मक अनुसंधान के किसी भी एक सोपान का वर्णन कीजिये।

---

## 5.6 सारांश

क्रियात्मक अनुसंधान का उपयोग शिक्षकों को सशक्त बनाने के लिए के कर सकते हैं। एक क्रियात्मक शोध अध्ययन के कार्यान्वयन के कदम, विशेष रूप से, क्रियात्मक परिकल्पना का क्रियान्वयन चरण अत्यंत महत्वपूर्ण है जिसमें शिक्षक अपने द्वारा बनाये गए परिकल्पनाओं के जाँच आकर पाते हैं। शिक्षक और स्कूल की सफलता के लिए क्रियात्मक अनुसंधान बहुत आवश्यक है। इसके अतिरिक्त, विश्वविद्यालयों के लिए भी जरूरी हो सकता है।

क्रियात्मक अनुसंधान तकनीकी कौशल और विशेष ज्ञान की आवश्यकता के साथ शिक्षकों को नया सहयोग प्रदान करता है। गणित शिक्षक के लिए तो यह या वरदान से कम नहीं हो सकता। अतः हम ये कह सकते हैं के क्रियात्मक अनुसंधान के सहयोग से गणित शिक्षक अपने आप को एक शोधार्थी के रूप भी विकसित कर सकता है और अपने शिक्षण में आने वाले समस्याओं को स्वयं ही हल कर सकता है।

---

## 5.7 शब्दावली

---

1. NCF-2005- National Curriculum Framework-2005
2. N.C.E.R.T- National Council of Educational Research and Training

---

## 5.8 संदर्भ ग्रंथ सूची

---

1. Coghlan, D. and Brannick, T. (2010). Doing action research in your own organization. 3rd ed. London: Sage
2. Mills, Geoffrey. E., (2007) Action research: a guide for the teacher researcher, Pearson Education, USA.
3. Perrett, G. (2003). Teacher development through action research: A case study in focused action research. Australian Journal of Teacher Education, 27(2), 5-50.

---

## 5.9 निबंधात्मक प्रश्न

---

1. छात्र गणित कैसे सिखते हैं? सह उदाहरण समझाइए।
2. क्रियात्मक अनुसंधान में योजना प्रारूप किस तरह का होता है ? उदाहरण सहित वर्णन कीजिये।
3. क्रियात्मक अनुसंधान प्रक्रिया की रूपरेखा एवं विभिन्न सोपान का विश्लेषण गणित शिक्षण से जुड़े किसी एक समस्या का उदाहरण दे कर करें।