A–0697

Total Pages : 7 **Roll No. .....**

MT-02

Bachelor of Science (BSC)

(Calculus and Differential Equation)

(कलन एवं अवकलन समीकरण)

Examination, June 2025

Time : 2:00 Hrs. Max. Marks : 35

Note* :–** This paper is of Thirty Five (35) marks divided into Two (02) Sections 'A' and 'B'. Attempt the questions contained in these Sections according to the detailed instructions given therein. ***Candidates should limit their answers to the questions on the given answer sheet. No additional (B) answer sheet will be issued.

नोट :– यह प्रश्न-पत्र पैंतीस (35) अंकों का है, जो दो (02) खण्डों 'क' तथा 'ख' में विभाजित है। प्रत्येक खण्ड में दिए गए विस्तृत निर्देशों के अनुसार ही प्रश्नों को हल करना है। ***परीक्षार्थी अपने प्रश्नों के उत्तर दी गई उत्तर-पुस्तिका तक ही सीमित रखें। कोई अतिरिक्त (बी) उत्तर-पुस्तिका जारी नहीं की जायेगी।***

Section–A

(खण्ड–क)

Long Answer Type Questions

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न) $2\times9\frac{1}{2}=19$

***Note* :–** Section 'A' contains Five (05) Long-answer type questions of Nine and Half (9½) marks each. Learners are required to answer any *two* (02) questions only.

नोट :– खण्ड 'क' में पाँच (05) दीर्घ उत्तरीय प्रश्न दिये गये हैं, प्रत्येक प्रश्न के लिए साढ़े नौ (9½) अंक निर्धारित हैं। शिक्षार्थियों को इनमें से केवल **दो** (02) प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

1. (a) Show that the positive term series $\sum\left(\frac{1}{n^p}\right)$ is convergent if $p > 1$.

दिखायें कि धनात्मक पद शृंखला $\sum\left(\frac{1}{n^p}\right)$ अभिसरण है, यदि $p > 1$

(b) Show that the series :

$$\frac{1}{2}+\frac{2}{3}+\frac{3}{4}+.....$$

is not convergent.

दिखायें कि श्रृंखला $\frac{1}{2}+\frac{2}{3}+\frac{3}{4}+\ldots\ldots$ अभिसारी नहीं है।

2. Prove :

$$B(m, n) = \frac{(m-1)!(n-1)!}{(m+n-1)!}$$

both m and n are positive integers.

सिद्ध करें कि :

$$B(m, n) = \frac{(m-1)!(n-1)!}{(m+n-1)!}$$

m और n दोनों धनात्मक पूर्णांक हैं।

3. Determine the pedal equation of the curve whose polar equation is given.

उस वक्र का पेडल समीकरण ज्ञात कीजिए जिसका ध्रुवीय समीकरण दिया गया है।

Or **(अथवा)**

Solve :

$$\left(\frac{y^2 z}{x}\right)\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)+(xz)\left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)=y^2$$

मान निकालिए :

$$\left(\frac{y^2 z}{x}\right)\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)+(xz)\left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)=y^2$$

4. Prove that the volume of the solid generated by the revolution of an ellipse around its minor axis is a mean proportional between those generated by the revolution of the ellipse and of the auxilliary circle about the major axis.

सिद्ध करें कि किसी दीर्घवृत्त के लघु अक्ष के परितः परिक्रमण से उत्पन्न ठोस का आयतन, दीर्घवृत्त के परिक्रमण और मुख्य अक्ष के परितः सहायक वृत्त के परिक्रमण द्वारा उत्पन्न ठोस के आयतन के बीच औसत आनुपातिक होता है।

5. Evaluate :

$$\int_{-c}^{c}\int_{-b}^{b}\int_{-a}^{a}(x^2+y^2+z^2)dxdydz$$

मान निकालिए :

$$\int_{-c}^{c}\int_{-b}^{b}\int_{-a}^{a}(x^2+y^2+z^2)dxdydz$$

Section–B

(खण्ड–ख)

Short Answer Type Questions

(लघु उत्तरीय प्रश्न) 4×4=16

Note **:–** Section 'B' contains eight (08) Short-answer type questions of Four (04) marks each. Learners are required to answer any *four* (04) questions only.

नोट :– खण्ड 'ख' में आठ (08) लघु उत्तरीय प्रश्न दिये गये हैं, प्रत्येक प्रश्न के लिए चार (04) अंक निर्धारित हैं। शिक्षार्थियों को इनमें से केवल **चार** (04) प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

1. Show that the length of the curve $y = \log \sec x$ between the points where $x = 0$ and $x = \frac{\pi}{3}$ is $\log(2+\sqrt{3})$.

   दिखायें कि वक्र $y = \log \sec x$ की लम्बाई, उन बिन्दुओं के बीच जहाँ $x = 0$ और $x = \frac{\pi}{3}$, $\log(2+\sqrt{3})$ है।

2. Write a short note on the following :

   (a) Curvature

   (b) Asymptotes

   निम्नलिखित पर एक संक्षिप्त टिप्पणी लिखिए :

   (अ) वक्रता

   (ब) स्पर्शोन्मुख

3. If :

$$u(x,y) = e^{(x^2-y^2)}.\cos(2xy)$$

   then prove that :

$$\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right)+\left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right)=0$$

यदि :

$$u(x,y) = e^{(x^2-y^2)}.\cos(2xy)$$

हो तो सिद्ध कीजिए :

$$\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right)+\left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right)=0$$

4. Find the maxima and minima for :

$$f(x) = 2x^3 - 21x^2 + 36x - 15$$

$f(x) = 2x^3 - 21x^2 + 36x - 15$ के लिए अधिकतम और न्यूनतम मान ज्ञात कीजिए।

5. Find the area bounded by the curve $y = x^3$, the y-axis and the lines $y = 1$ and $y = 8$.

वक्र $y = x^3$, y-अक्ष तथा रेखाओं $y = 1$ और $y = 8$ से घिरा क्षेत्र का क्षेत्रफल निकालिए।

6. Trace the curve $r = a \sin 3\theta$, $a > 0$.

वक्र $r = a \sin 3\theta$, $a > 0$ का अनुरेखण कीजिए।

7. Solve :

$$\frac{dx}{y^2} = \frac{dy}{x^2} = \frac{dz}{x^2y^2z^2}$$

$\frac{dx}{y^2} = \frac{dy}{x^2} = \frac{dz}{x^2y^2z^2}$ को हल कीजिए।

8. Evaluate :

$$\int_1^2 \int_0^{y/2} ydydx$$

$\int_1^2 \int_0^{y/2} ydydx$ का मान निकालिए।

****