Roll No. …………………..

PH–09

Elementary Quantum Mechanics

(प्रारंभिक क्वांटम यान्त्रिकी)

Bachelor of Science (BSC–12/16) PHYSICS

Third Year, Examination, 2017

Time : 3 Hours **Max. Marks : 30**

Note : This paper is of **thirty (30)** marks containing **three (03)** sections A, B and C. Learners are required to attempt the questions contained in these sections according to the detailed instructions given therein.

नोट : यह प्रश्न पत्र तीस (30) अंकों का है जो तीन (03) खण्डों 'क', 'ख' तथा 'ग' में विभाजित है। शिक्षार्थियों को इन खण्डों में दिए गए विस्तृत निर्देशों के अनुसार ही प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

Section–A / खण्ड–क

(Long Answer Type Questions) / (दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

Note : Section 'A' contains four (04) long answer type questions of seven and half $7\frac{1}{2}$ marks each. Learners are required to answer *two* (02) questions only.

नोट : खण्ड 'क' में चार (04) दीर्घ उत्तरीय प्रश्न दिये गये हैं। प्रत्येक प्रश्न के लिए साढ़े सात $7\frac{1}{2}$ अंक निर्धारित हैं।

शिक्षार्थियों को इनमें से केवल दो (02) प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

1. Define different types of operator in quantum mechanics. What is expectation value ? Find out the expectation value of position $\langle x \rangle$ of a particle trapped in a box L wide.

   क्वांटम अभियांत्रिकी में विभिन्न प्रकार के संकारकों को समझाइए। प्रत्याशा मूल्य क्या है ? चौड़ाई L के एक बॉक्स में बंद किसी कण की अवस्था $\langle x \rangle$ का प्रत्याशा मूल्य ज्ञात कीजिए।

2. Explain the tunneling effect through a one-dimensional potential barrier. On this basis give a qualitative discussion of α-Decay of nucleus.

   एकविमीय आयताकार विभव प्राचीर से सुरंग प्रभाव की व्याख्या कीजिये। इस आधार पर नाभिक से होने वाली α-क्षय की गुणात्मक चर्चा कीजिये।

3. Obtain Schrödinger equation and its solution for one-dimensional simple harmonic oscillator.

   एकविमीय सरल आवर्त दोलक के लिए श्रोडिंजर समीकरण तथा उसका हल ज्ञात कीजिये।

4. What is orbital angular momentum ? Explain the quantization of angular momentum.

   कक्षीय कोणीय संवेग क्या है ? कोणीय संवेग के क्वाण्टीकरण की व्याख्या कीजिये।

Section–B / खण्ड–ख

(Short Answer Type Questions) / (लघु उत्तरीय प्रश्न)

Note : Section 'B' contains eight (08) short answer type questions of two and half $2\frac{1}{2}$ marks each. Learners are required to answer *four* (04) questions only.

नोट : खण्ड 'ख' में आठ (08) लघु उत्तरीय प्रश्न दिये गये हैं। प्रत्येक प्रश्न के लिए ढाई $2\frac{1}{2}$ अंक निर्धारित हैं। शिक्षार्थियों को इनमें से केवल चार (04) प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

1. A particle limited to the x-axis has the wave function $\psi = ax$ between $x = 0$ and $x = 1$; $\psi = 0$ elsewhere :

   (a) Find the probability that the particle can be found between $x = 0.45$ and $x = 0.55$

   (b) Find the expectation value $\langle x \rangle$ of particle's position.

   एक कण जो x-अक्ष में सीमित है, का तरंग फलन $\psi = ax$ जब कि वह $x = 0$ से $x = 1$ में हो तथा अन्य स्थानों पर $\psi = 0$ हो :

   (क) कण के $x = 0.45$ तथा $x = 0.55$ के मध्य पाये जाने की प्रायिकता ज्ञात कीजिये।

   (ख) कण की स्थिति के प्रत्याशा मान $\langle x \rangle$ की गणना कीजिये।

2. In Davisson and Germer diffracted experiment a beam of 54 eV electron diffracted at the nickel target and a sharp maxima in first order occurred at 50°. By

considering that the Bragg's law holds for electron wave, find out the perpendicular distance between the crystal planes of nickel.

डेविसन-जरमर प्रयोग में प्रथम कोटि का विवर्तन उच्चिष्ठ $54\,eV$ के इलेक्ट्रॉन के लिए प्रकीर्णन कोण $50°$ है। यह मानते हुए कि ब्रेग का नियम इलेक्ट्रान तरंगों के लिए लागू होता है, निकल क्रिस्टल के परावर्तन तलों के मध्य लम्बवत् दूरी ज्ञात कीजिए।

3. By using uncertainty principle show that electrons cannot be existed in nculeus.

अनिश्चितता के सिद्धान्त का प्रयोग करते हुए प्रदर्शित कीजिये कि इलेक्ट्रॉन परमाण्वीय नाभिक में उपस्थित नहीं रह सकते हैं।

4. Give the fundamental postulates of quantum mechanics.

क्वाटम यांत्रिकी के मौलिक अभिग्रहीत बताइये।

5. If a particle has angular momentum $\vec{L}$ and its components are L_x, L_y and L_z, then prove that :

$$\left[L_x, L_y\right] = i\hbar L_z$$

यदि एक कण का कोणीय संवेग $\vec{L}$ है जिसके घटक L_x, L_y तथा L_z हों, तो सिद्ध कीजिए कि $\left[L_x, L_y\right] = i\hbar L_z$ ।

6. Obtain the eigen function for one-dimensional infinite potential well.

एकविमीय अनन्त गहराई वाले विभव कूप के लिए आइगेन फलन प्राप्त कीजिये।

7. Explain the zero point energy of a one-dimensional simple harmonic oscillator.

एक-विमीय सरल आवर्ती दोलक के लिए शून्य बिन्दु ऊर्जा की व्याख्या कीजिये।

8. Find the energy of neutron in unit of eV whose de-Broglie wavelength is 1 Å. Mass of neutron = 1.674 $\times 10^{-17}$ kg.

एक न्यूट्रॉन की डी-ब्रोग्ली तरंगदैर्घ्य 1 Å है। इस न्यूट्रॉन की eV (इलेक्ट्रॉन वोल्ट) में ऊर्जा ज्ञात कीजिये। न्यूट्रॉन का द्रव्यमान $= 1.674 \times 10^{-27}$ किग्रा है।

Section–C / खण्ड–ग

(Objective Type Questions) / (वस्तुनिष्ठ प्रश्न)

Note : Section 'C' contains ten (10) objective type questions of half $\frac{1}{2}$ mark each. All the questions of this section are compulsory.

नोट : खण्ड 'ग' में दस (10) वस्तुनिष्ठ प्रश्न दिये गये हैं। प्रत्येक प्रश्न के लिए आधा $\frac{1}{2}$ अंक निर्धारित है। इस खण्ड के सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।

1. The momentum of a photon is given by :

(a) $\frac{h}{\lambda}$

(b) $\hbar k$

(c) $\frac{hv}{c}$

(d) $\frac{\hbar\omega}{c}$

फोटॉन का संवेग दिया जाता है :

(अ) $\frac{h}{\lambda}$

(ब) $\hbar k$

(स) $\frac{hv}{c}$

(द) $\frac{\hbar\omega}{c}$

2. The shift in wavelength $\Delta\lambda$ in Compton effect is equal to Compton wavelength when :

(a) $\phi = 0$

(b) $\phi = \frac{\pi}{2}$

(c) $\phi = \pi$

(d) $\phi = \frac{\pi}{4}$

काम्पटन प्रभाव में कॉम्पटन विस्थापन का मान $\Delta\lambda$ के बराबर होता है जब :

(अ) $\phi = 0$

(ब) $\phi = \frac{\pi}{2}$

(स) $\phi = \pi$

(द) $\phi = \frac{\pi}{4}$

3. For a stationary state the probability density is :

   (a) function of time

   (b) independent of time

   (c) independent of space co-ordinate

   (d) None of the above

   स्थायी अवस्था के लिए प्रायिकता घनत्व है :

   (अ) समय का फलन

   (ब) समय से स्वतन्त्र

   (स) स्थान चर से स्वतन्त्र

   (द) उपर्युक्त में से कोई नहीं

4. The probability of finding a particle in a distance dx around a point x is :

   (a) ψ

   (b) $\psi\psi^* dx$

   (c) $\psi\psi^*$

   (d) ψ^*

   किसी कण के बिन्दु x के चारों ओर dx दूरी में पाये जाने की प्रायिकता है :

(अ) ψ

(ब) $\psi\psi * dx$

(स) $\psi\psi *$

(द) ψ^*

5. The energy of a particle in one-dimensional closed box is :

(a) directly proportional to quantum number n

(b) directly proportional to n^2

(c) inversely proportional to n

(d) inversely propertional to n^2

किसी एकविमीय बद्ध बाक्स में किसी कण की ऊर्जा होती है :

(अ) क्वांटम संख्या n के अनुक्रमानुपाती

(ब) n^2 के अनुक्रमानुपाती

(स) n के व्युत्क्रमानुपाती

(द) n^2 के व्युत्क्रमानुपाती

6. Two wave functions ψ_m and ψ_n are orthogonal if :

(a) $\int \psi_m \psi_n \, dx = 0$

(b) $\int \psi \overset{*}{m} \psi_n \, dx = 0$

(c) $\int \psi_m \psi_n \, dx = 1$

(d) $\int \psi \overset{*}{m} \psi_n \, dx = 1$

दो तरंग फलन ψ_m तथा ψ_n लम्बवत् होते हैं यदि :

(अ) $\int \psi_m \psi_n \, dx = 0$

(ब) $\int \psi_m^* \psi_n \, dx = 0$

(स) $\int \psi_m \psi_n \, dx = 1$

(द) $\int \psi_m^* \psi_n \, dx = 1$

7. For a particle trapped in a box of length l the average value of momentum $\langle p \rangle$ is :

(a) $\frac{h}{l}$

(b) $\frac{h}{2l}$

(c) 0

(d) 1

l लम्बाई के किसी बॉक्स से बद्ध कण के औसत संवेग $\langle p \rangle$ का मान होता है :

(अ) $\frac{h}{l}$

(ब) $\frac{h}{2l}$

(स) 0

(द) 1

8. The energy of a one-dimensional harmonic oscillator in ground state is :

(a) 0

(b) $\frac{1}{2}\hbar\omega$

(c) $\frac{3}{2}\hbar\omega$

(d) $\frac{5}{2}\hbar\omega$

एकविमीय आवर्ती दोलित्र के लिए मूल अवस्था में ऊर्जा का मान होता है :

(अ) 0

(ब) $\frac{1}{2}\hbar\omega$

(स) $\frac{3}{2}\hbar\omega$

(द) $\frac{5}{2}\hbar\omega$

9. The energy of hydrogen atom depends on :

(a) l

(b) m

(c) n

(d) l and m

हाइड्रोजन परमाणु की ऊर्जा निर्भर करती है :

(अ) l

(ब) m

(स) n

(द) l तथा m

10. The orbital angular momentum of first excited state of hydrogen is :

(a) $\sqrt{2}\hbar$

(b) $\sqrt{2}\,h$

(c) $2h$

(d) $2\hbar$

हाइड्रोजन परमाणु के लिए प्रथम उत्तेजित अवस्था में कक्षीय कोणीय संवेग होता है :

(अ) $\sqrt{2}\hbar$

(ब) $\sqrt{2}\,h$

(स) $2h$

(द) $2\hbar$