A–0696

Total Pages : 6 **Roll No. .....**

MT-01

Bachelor of Science (BSC)

(Discrete Mathematics)

(विविक्त गणित)

Examination, June 2025

Time : 2:00 Hrs. Max. Marks : 35

Note* :–** This paper is of Thirty Five (35) marks divided into Two (02) Sections 'A' and 'B'. Attempt the questions contained in these Sections according to the detailed instructions given therein. ***Candidates should limit their answers to the questions on the given answer sheet. No additional (B) answer sheet will be issued.

नोट :– यह प्रश्न-पत्र पैंतीस (35) अंकों का है, जो दो (02) खण्डों 'क' तथा 'ख' में विभाजित है। प्रत्येक खण्ड में दिए गए विस्तृत निर्देशों के अनुसार ही प्रश्नों को हल करना है। ***परीक्षार्थी अपने प्रश्नों के उत्तर दी गई उत्तर-पुस्तिका तक ही सीमित रखें। कोई अतिरिक्त (बी) उत्तर-पुस्तिका जारी नहीं की जायेगी।***

Section–A

(खण्ड–क)

Long Answer Type Questions

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न) $2\times9\frac{1}{2}=19$

***Note* :–** Section 'A' contains Five (05) Long-answer type questions of Nine and Half (9½) marks each. Learners are required to answer any *two* (02) questions only.

नोट :– खण्ड 'क' में पाँच (05) दीर्घ उत्तरीय प्रश्न दिये गये हैं, प्रत्येक प्रश्न के लिए साढ़े नौ (9½) अंक निर्धारित हैं। शिक्षार्थियों को इनमें से केवल **दो** (02) प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

1. Prove that a simple graph with n vertices and k components can have at most :

$$\frac{(n-k)(n-k+1)}{2}$$

edges.

सिद्ध कीजिए कि एक सरल ग्राफ जिसके n शीर्ष एवं k घटक हों अधिक से अधिक $\frac{(n-k)(n-k+1)}{2}$ कोरें रख सकता है।

2. Solve the recurrence relation by generating function method :

$$a_{r+2} - 2a_{r+1} + a_r = 2^r,\ r \geq 0,\ a_0 = 2,\ a_1 = 1$$

पुनरावृत्ति सम्बन्ध :

$$a_{r+2} - 2a_{r+1} + a_r = 2^r,\ r \geq 0,\ a_0 = 2,\ a_1 = 1$$

को जनक फलन विधि से हल कीजिए।

3. Prove that no Boolean algebra can have three distinct elements.

सिद्ध कीजिए कि किसी बूलियन बीजगणित में यथार्थतः तीन असमान अवयव नहीं हो सकते हैं।

4. Prove that the function $f : R \to R$ such that $f(x) = 3x + 8$ is one-one and onto. Also find the inverse of the function.

सिद्ध कीजिए कि फलन $f : R \to R$ इस प्रकार कि $f(x) = 3x + 8$ एकैकी और आच्छादक है। फलन का व्युत्क्रम फलन भी ज्ञात कीजिए।

5. For any three set A, B and C prove that :

(i) $A - (B - C) = A - (B \cap C')$

(ii) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C')$

किन्हीं तीन समुच्चय A, B और C के लिए सिद्ध कीजिए :

(i) $A - (B - C) = A - (B \cap C')$

(ii) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C')$

Section–B

(खण्ड–ख)

Short Answer Type Questions

(लघु उत्तरीय प्रश्न) 4×4=16

***Note* :–** Section 'B' contains eight (08) Short-answer type questions of Four (04) marks each. Learners are required to answer any *four* (04) questions only.

नोट :– खण्ड 'ख' में आठ (08) लघु उत्तरीय प्रश्न दिये गये हैं, प्रत्येक प्रश्न के लिए चार (04) अंक निर्धारित हैं। शिक्षार्थियों को इनमें से केवल **चार** (04) प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

1. Determine the numeric function corresponding to generating function :

$$G(x) = \frac{(1+x)^2}{(1-x)^4}$$

जनक फलन $G(x) = \frac{(1+x)^2}{(1-x)^4}$ के संगत संख्यांक फलन ज्ञात कीजिए।

2. Write a short note on finite set automata.

परिमित अवस्था ऑटोमेटा पर संक्षिप्त टिप्पणी लिखिए।

3. Prove that a tree with n vertices has $n - 1$ edges.

सिद्ध कीजिए कि n शीर्षों पर प्रत्येक वृक्ष में $n - 1$ कोरें होती हैं।

4. If a, b, c, d are elements of lattice $(A, \leq)$ such that $a \leq b, c \leq d$ then :

(i) $a \vee c \leq b \vee d$

(ii) $a \wedge c \leq b \wedge d$

यदि जालक $(A, \leq)$ के अवयव a, b, c, d इस प्रकार से हैं कि $a \leq b, c \leq d$ तब :

(i) $a \vee c \leq b \vee d$

(ii) $a \wedge c \leq b \wedge d$

5. Show that if seven colors are used to paint 50 cars at least eight cars will have the same colour.

सिद्ध कीजिए कि यदि 50 कारों के रंगने के लिए सात रंग प्रयोग किए जाते हैं, तो कम से कम 8 कारें एक ही रंग की होंगी।

6. Solve the following homogeneous linear recurrence relation :

$$a_r - a_{r-1} + a_{r-2} = 0,\ r \geq 2$$

दिए गए समघात रैखिक पुनरावृत्ति सम्बन्ध $a_r - a_{r-1} + a_{r-2} = 0,\ r \geq 2$ को हल कीजिए।

7. Prove that a simple planar graph of n vertices ($n \geq 4$) has atleast four vertices with degree five or less.

सिद्ध कीजिए कि n शीर्षों ($n \geq 4$) वाले सरल समतलीय ग्राफ में कम से कम चार शीर्षों की कोटि पांच या उससे कम होती है।

8. Define the following :

(i) Spanning tree

(ii) Connected graph

निम्नलिखित को परिभाषित कीजिए :

(i) जनक वृक्ष

(ii) सम्बद्ध ग्राफ

****