A–0883

Total Pages : 7 **Roll No. .....**

MT(N)-221

NUMERICAL ANALYSIS

Examination, June 2025

Time : 2:00 Hrs. Max. Marks : 70

Note* :–** This paper is of Seventy (70) marks divided into two (02) Sections 'A' and 'B'. Attempt the questions contained in these sections according to the detailed instructions given therein. ***Candidates should limit their answers to the questions on the given answer sheet. No additional (B) answer sheet will be issued.

नोट : यह प्रश्न-पत्र सत्तर (70) अंकों का है, जो दो (02) खण्डों 'क' तथा 'ख' में विभाजित है। प्रत्येक खण्ड में दिए गए विस्तृत निर्देशों के अनुसार ही प्रश्नों को हल करना है। ***परीक्षार्थी अपने प्रश्नों के उत्तर दी गई उत्तर-पुस्तिका तक ही सीमित रखें। कोई अतिरिक्त (बी) उत्तर-पुस्तिका जारी नहीं की जायेगी।***

Section–A

(खण्ड–क)

Long Answer Type Questions

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न) 2×19=38

***Note* :–** Section 'A' contains Five (05) Long-answer type questions of Nineteen (19) marks each. Learners are required to answer any *two* (02) questions only.

नोट : खण्ड 'क' में पाँच (05) दीर्घ उत्तरीय प्रश्न दिये गये हैं, प्रत्येक प्रश्न के लिए उन्नीस (19) अंक निर्धारित हैं। शिक्षार्थियों को इनमें से केवल **दो** (02) प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

1. Find $\sqrt{12}$ to five places of decimal by Newton-Rapshson method.

   न्यूटन रेप्शन विधि से $\sqrt{12}$ का मान दशमलव के पाँच स्थान तक ज्ञात कीजिये।

2. Obtain the missing terms in the following table :

x	1	2	3	4	5	6	7	8
$f(x)$	1	8	?	64	?	216	343	512

   निम्न तालिका में लुप्त पद प्राप्त करें

x	1	2	3	4	5	6	7	8
$f(x)$	1	8	?	64	?	216	343	512

3. Show that Newton-Gregory interpolation formula can be put in the form

$u_x = u_0 + x\,\Delta u_0 - a\,x\,\Delta^2 u_0 + a\,b\,x\,\Delta^3 u_0 - a\,b\,c\,x\,\Delta^4 u_0 + ...$

Where $a = 1-\frac{1}{2}(x+1), b = 1-\frac{1}{3}(x+1), c = 1-\frac{1}{4}(x+1)$ etc.

दर्शाइए कि न्यूटन-ग्रेगरी इन्टरपोलेशन सूत्र को इस रूप में रखा जा सकता है

$u_x = u_0 + x\,\Delta u_0 - a\,x\,\Delta^2 u_0 + a\,b\,x\,\Delta^3 u_0 - a\,b\,c\,x\,\Delta^4 u_0 + ...$

जहाँ $a = 1-\frac{1}{2}(x+1), b = 1-\frac{1}{3}(x+1), c = 1-\frac{1}{4}(x+1)$ etc.

4. If f $(x) = \frac{1}{x^2}$, find the divided differences of f (a, b), f (a, b, c) and f $(a, b, c,$ d).

यदि f $(x) = \frac{1}{x^2}$, तो f (a, b), f (a, b, c) और f $(a, b, c,$ d) का विभाजित अंतर ज्ञात कीजिए।

5. Given $\frac{dy}{dx} = \frac{y-x}{y+x}$, with $y = 1$ for $x = 0$. Find y approximated for $x = 0.1$ by Euler's Method. (Five steps).

दिया गया है $\frac{dy}{dx} = \frac{y-x}{y+x}$, $x = 0$ के लिए $y = 1$ है। यूलर विधि द्वारा $x = 0.1$ के लिए y का सन्निकटन ज्ञात कीजिए। (पाँच चरण)।

Section–B

(खण्ड–ख)

Short Answer Type Questions

(लघु उत्तरीय प्रश्न) 4×8=32

***Note* :–** Section 'B' contains Eight (08) Short-answer type questions of Eight (08) marks each. Learners are required to answer any *four* (04) questions only.

नोट : खण्ड 'ख' में आठ (08) लघु उत्तरीय प्रश्न दिये गये हैं, प्रत्येक प्रश्न के लिए आठ (08) अंक निर्धारित हैं। शिक्षार्थियों को इनमें से केवल **चार** (04) प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

1. (i) Convert $(11100111.101)_2$, binary numbers into decimal form :

   $(11100111.101)_2$, बाइनरी संख्याओं को दशमलव रूप में परिवर्तित करें:

   (ii) Evaluate $E^n e^x$ when interval of differencing is h.

   $E^n e^x$ का मूल्यांकन करें जब अंतर का अंतराल h है

2. Construct backward difference table for the following data :

x	0	1	2	3
$F(x)$	–3	6	8	12

Evaluate $\nabla^3 f(3)$ and $\nabla^2 f(2)$.

निम्न आकड़ो के लिए पश्चांतर सारड़ी की रचना कीजिये

x	0	1	2	3
$F(x)$	-3	6	8	12

$\nabla^3 f(3)$ तथा $\nabla^2 f(2)$ का मूल्यांकन कीजिये।

3. Find the function whose first difference is $9x^2 + 11x + 5$.

वह फलन ज्ञात कीजिए जिसका पहला अंतर $9x^2 + 11x + 5$ है।

4. Construct a divided difference table for the following :

x	1	2	4	7
$f(x)$	22	30	82	106

निम्नलिखित के लिए विभाजित अंतर तालिका बनाएं:

x	1	2	4	7
$f(x)$	22	30	82	106

5. Prove Simpson's formula

$$\int_a^b f(x)dx = \frac{b-a}{6n}[f(x_0) + 4f(x_1) + 2f(x_2) + \ldots\ldots + f(x_{2n})],$$

Where $x_0 = a$, $x_{2n} = b$

And use it to evaluate $\int_1^2 \frac{dx}{x}$ and estimates of error for $n = 1$ and 2, given that $\log_e 2 = 0.69315$.

सिम्पसन का सूत्र सिद्ध करें

$$\int_a^b f(x)dx = \frac{b-a}{6n}[f(x_0) + 4f(x_1) + 2f(x_2) + \ldots.. + f(x_{2n})],$$

जहाँ $x_0 = a$, $x_{2n} = b$

और इसका उपयोग $\int_1^2 \frac{dx}{x}$ का मूल्यांकन करने के लिए करें और n = 1 और 2 के लिए त्रुटि का अनुमान लगाएं, यह दिया है $\log_e 2$ = 0.69315.

6. Evalute $\int_0^6 \frac{1}{1+x^2}\ dx$ by using Simpson's $3/8^{th}$ rule by taking $n = 6$.

$n = 6$ लेते हुए सिम्पसन के $3/8^{th}$ नियम द्वारा $\int_0^6 \frac{1}{1+x^2}\ dx$ का मूल्यांकन कीजिये

7. Find the inverse of A = $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 1 & 4 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \end{bmatrix}$ by Gauss Jordan Method.

गॉस जॉर्डन विधि द्वारा A = $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 1 & 4 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \end{bmatrix}$ का व्युत्क्रम ज्ञात कीजिए।

8. Prove that $\sqrt{1-x^2}T_n(x) = U_{n+1}(x) - xU_n(x)$.

सिद्ध कीजिये $\sqrt{1-x^2}T_n(x) = U_{n+1}(x) - xU_n(x)$.

****