

A-0881

Total Pages : 6

Roll No.

MT(N)-220

DISCRETE MATHEMATICS

Examination, June 2025

Time : 2:00 Hrs.

Max. Marks : 70

Note :- This paper is of Seventy (70) marks divided into two (02) Sections 'A' and 'B'. Attempt the questions contained in these sections according to the detailed instructions given therein. *Candidates should limit their answers to the questions on the given answer sheet. No additional (B) answer sheet will be issued.*

नोट : यह प्रश्न-पत्र सत्तर (70) अंकों का है, जो दो (02) खण्डों 'क' तथा 'ख' में विभाजित है। प्रत्येक खण्ड में दिए गए विस्तृत निर्देशों के अनुसार ही प्रश्नों को हल करना है। *परीक्षार्थी अपने प्रश्नों के उत्तर दी गई उत्तर-पुस्तिका तक ही सीमित रखें। कोई अतिरिक्त (बी) उत्तर-पुस्तिका जारी नहीं की जायेगी।*

Section–A

(खण्ड–क)

Long Answer Type Questions

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

2×19=38

Note :– Section ‘A’ contains Five (05) Long-answer type questions of Nineteen (19) marks each. Learners are required to answer any *two* (02) questions only.

नोट : खण्ड ‘क’ में पाँच (05) दीर्घ उत्तरीय प्रश्न दिये गये हैं, प्रत्येक प्रश्न के लिए उन्नीस (19) अंक निर्धारित हैं। शिक्षार्थियों को इनमें से केवल दो (02) प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

1. Prove the following proposition

निम्नलिखित प्रस्ताव को सिद्ध करें।

$$P(n): \frac{1}{1(3)} + \frac{1}{3(5)} + \frac{1}{5(7)} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} = \frac{n}{2n+1}$$

2. Show that the set of integers Z forms an abelian group with respect to the addition of integers.

सिद्ध कीजिये की पूर्णाकों Z का समुच्चय योग के संबंध में एक अबेलियन समूह बनाता है।

3. Prove that the order of each subgroup of a finite group is a divisor of the order of the group.

सिद्ध करें कि एक परिमित समूह के प्रत्येक उपसमूह का क्रम समूह के क्रम का विभाजक होता है।

4. Draw a diagram for each of the following graphs

$$G = G(V, E)$$

निम्नलिखित प्रत्येक ग्राफ $G = G(V, E)$ के लिए एक आरेख बनायें।

(i) $V = \{A, B, C, D\},$

$$E = [\{A, B\}, \{D, A\}, \{C, A\}, \{C, D\}]$$

(ii) $V = \{a, b, c, d, e, f\},$

$$E = [\{a, d\}, \{a, f\}, \{b, c\}, \{b, f\}, \{c, e\}]$$

5. Define the followings with suitable example.

(i) Reflexive relation

(ii) Symmetry relation

(iii) Transitive relation

(iv) Equivalence relation

(v) Trees

निम्नलिखित को उपयुक्त उदाहरण सहित परिभाषित करें।

(i) स्वतुल्य सम्बन्ध

(ii) सममित सम्बन्ध

(iii) संक्रामक सम्बन्ध

(iv) तुल्यता सम्बन्ध

(v) वृक्ष

Section-B

(खण्ड-ख)

Short Answer Type Questions

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

4×8=32

Note :- Section 'B' contains Eight (08) Short-answer type questions of Eight (08) marks each. Learners are required to answer any *four* (04) questions only.

नोट : खण्ड 'ख' में आठ (08) लघु उत्तरीय प्रश्न दिये गये हैं, प्रत्येक प्रश्न के लिए आठ (08) अंक निर्धारित हैं। शिक्षार्थियों को इनमें से केवल चार (04) प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

1. If $P = \{1, 3, 5, 7\}$ and the relation R defined by “ a divides b ” or “ $a \mid b$ ”

Where $R = \{(1, 1), (1, 3), (1, 5), (1, 7), (3, 3), (3, 5), (3, 7), (5, 5), (5, 7), (5, 8)\}$. Then draw the directed graph of R .

यदि $P = \{1, 3, 5, 7\}$ और सम्बन्ध R परिभाषित होता है “ a, b ” को विभाजित करता है या “ $a \mid b$ ” जहाँ $R = \{(1, 1), (1, 3), (1, 5), (1, 7), (3, 3), (3, 5), (3, 7), (5, 5), (5, 7), (5, 8)\}$ तो R का निर्देशित ग्राफ खींचिए।

2. If f is a function $f: R \rightarrow R$ such that $f(x) = 2x + 2 \forall x \in R$. Prove that f is a one-one and on to both.

यदि f एक फलन है $f: R \rightarrow R$ ताकि $f(x) = 2x + 2 \forall x \in R$ । सिद्ध कीजिये की फलन f एक एकांकी एवं आच्छादित दोनों फलन है।

3. Find the principal conjunctive normal form of
 $p \vee (\sim p \wedge \sim q \wedge r)$

$p \vee (\sim p \wedge \sim q \wedge r)$ का प्रमुख संयोजक सामान्य रूप ज्ञात कीजिए

4. Prove with the contradiction method, $\sqrt{2}$ is not a rational number.

विरोधाभास विधि से सिद्ध करें कि $\sqrt{2}$ एक परिमेय संख्या नहीं है।

5. Find the solution of the recurrence relation $a_n = -3a_{n-1} - 3a_{n-2} - a_{n-3}$ with initial condition $a_0 = 1$, $a_1 = -2$ and $a_2 = -1$.

$a_0 = 1$, $a_1 = -2$ और $a_2 = -1$ प्रारंभिक स्थिति के साथ पुनरावृत्ति संबंध $a_n = -3a_{n-1} - 3a_{n-2} - a_{n-3}$ का समाधान खोजें।

6. Determine the numeric function corresponding to each of the following generating functions :

निम्नलिखित प्रत्येक जनरेटिंग फंक्शन के अनुरूप संख्यात्मक फंक्शन निर्धारित करें:

(i) $G(x) = \frac{1}{x^2 - 2x - 3}$

(ii) $G(x) = \frac{1}{1 - x^4}$

7. Prove that a non-empty subset H of a group G is a subgroup of G if $a, b \in H \Rightarrow ab^{-1} \in H$

सिद्ध करें कि समूह G का एक गैर-रिक्त उपसमूह H , G का एक उपसमूह है यदि $a, b \in H \Rightarrow ab^{-1} \in H$

8. Prove that the total number of vertices n in a full binary tree is always odd.

सिद्ध करें कि एक पूर्ण बाइनरी ट्री में शीर्षों की कुल संख्या n हमेशा विषम होती है।
