A–0879

Total Pages : 5 **Roll No. .....**

MT(N)-121

ALGEBRA MATRICES AND VECTOR ANALYSIS

Examination, June 2025

Time : 2:00 Hrs. Max. Marks : 70

Note* :–** This paper is of Seventy (70) marks divided into two (02) Sections 'A' and 'B'. Attempt the questions contained in these sections according to the detailed instructions given therein. ***Candidates should limit their answers to the questions on the given answer sheet. No additional (B) answer sheet will be issued.

नोट : यह प्रश्न-पत्र सत्तर (70) अंकों का है, जो दो (02) खण्डों 'क' तथा 'ख' में विभाजित है। प्रत्येक खण्ड में दिए गए विस्तृत निर्देशों के अनुसार ही प्रश्नों को हल करना है। ***परीक्षार्थी अपने प्रश्नों के उत्तर दी गई उत्तर-पुस्तिका तक ही सीमित रखें। कोई अतिरिक्त (बी) उत्तर-पुस्तिका जारी नहीं की जायेगी।***

Section–A

(खण्ड–क)

Long Answer Type Questions

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न) $2 \times 19 = 38$

***Note* :–** Section 'A' contains Five (05) Long-answer type questions of Nineteen (19) marks each. Learners are required to answer any *two* (02) questions only.

नोट : खण्ड 'क' में पाँच (05) दीर्घ उत्तरीय प्रश्न दिये गये हैं, प्रत्येक प्रश्न के लिए उन्नीस (19) अंक निर्धारित हैं। शिक्षार्थियों को इनमें से केवल **दो** (02) प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

1. If α, β, γ be the roots of the cubic $x^3 + px^2 + qx + r = 0$. Find the value of $(\beta + \gamma)(\gamma + \alpha)(\alpha + \beta)$.

   यदि α, β, γ घन $x^3 + px^2 + qx + r = 0$ के मूल हों तो $(\beta + \gamma)(\gamma + \alpha)(\alpha + \beta)$ का मान ज्ञात कीजिए।

2. Using Descarte's method solve the biquadratic equation $x^4 + 8x^3 + 12x^2 + 60x + 63 = 0$

   डेस्कार्ट की विधि का उपयोग करके समीकरण $x^4 + 8x^3 + 12x^2 + 60x + 63 = 0$ का मान ज्ञात कीजिये।

3. Prove that the principal diagonal elements of Hermitian matrices are real.

   सिद्ध करें कि हर्मिटियन आव्यूह के प्रमुख विकर्ण तत्व वास्तविक हैं।

4. Find the square root of the complex number $5 + 12i$.

सम्मिश्र संख्या $5 + 12i$ का वर्गमूल ज्ञात कीजिए।

5. Express $\frac{(5+i)(3-i)}{(3+4i)(2-3i)}$ in the form of $a + ib$.

$\frac{(5+i)(3-i)}{(3+4i)(2-3i)}$ को $a + ib$ के रूप मै व्यक्त कीजिये।

Section–B

(खण्ड–ख)

Short Answer Type Questions

(लघु उत्तरीय प्रश्न) 4×8=32

***Note* :–** Section 'B' contains Eight (08) Short-answer type questions of Eight (08) marks each. Learners are required to answer any *four* (04) questions only.

नोट : खण्ड 'ख' में आठ (08) लघु उत्तरीय प्रश्न दिये गये हैं, प्रत्येक प्रश्न के लिए आठ (08) अंक निर्धारित हैं। शिक्षार्थियों को इनमें से केवल **चार** (04) प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

1. $f(x, y, z) = 3x^2y - y^3z^2$. Show that the equation $2x^7 - x^4 + 4x^3 - 5 = 0$ has at least four imaginary roots.

यदि $f(x, y, z) = 3x^2y - y^3z^2$ तो सिद्ध कीजिये समीकरण $2x^7 - x^4 + 4x^3 - 5 = 0$ के कम से चार काल्पनिक मूल है।

2. Every equation of a degree n has n roots and no more.

प्रत्येक n डिग्री समीकरण के n मूल होते हैं, इससे अधिक नहीं।

3. The modulus of the difference of two complex numbers can never be less than the difference of their moduli, that is

$$z_1 - z_2 \geq |z_1|\ |z_2|$$

दो सम्मिश्र संख्याओं के अंतर का मापांक कभी भी उनके मापांक के अंतर से कम नहीं हो सकता, अर्थात

$$z_1 - z_2 \geq |z_1|\ |z_2|$$

4. Find the adjoint of the matrix

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

आव्यूह का सहखंडज आव्यूह ज्ञात कीजिये

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

5. If ω is a cube root of unity, prove that

$(1 - \omega)^6 = -27$

यदि ω एकता का घनमूल है, तो सिद्ध कीजिए

$(1 - \omega)^6 = -27$

6. Separate the following into real and imaginary parts of the Circular function :

(a) Sin $(x + iy)$ (b) Cos $(x + iy)$

(c) tan $(x + iy)$ (d) Cot $(x + iy)$

निम्नलिखित को वृत्ताकार फलन के वास्तविक और काल्पनिक भागों में अलग करें।

(अ) Sin $(x + iy)$ (ब) Cos $(x + iy)$

(स) tan $(x + iy)$ (द) Cot $(x + iy)$

7. Evalute the value of r which satisfying the equation $\frac{d^2r}{dt^2} = a,$ where a is constant vector. It is given that a time $t = 0,$ $\frac{dr}{dt} = u.$

r के मान का मूल्यांकन करें जो समीकरण $\frac{d^2r}{dt^2} = a$ को संतुष्ट करता हैं जहां a एक स्थिर सदिश है। यह दिया गया है कि एक समय में $t = 0,$ $r = 0,$ $\frac{dr}{dt} = u$ है।

8. State and prove Green theorem.

ग्रीन प्रमेय बताएं और सिद्ध करें।

****