

A-0877

Total Pages : 5

Roll No.

MT(N)-120

THREE DIMENSIONAL GEOMETRY

Examination, June 2025

Time : 2:00 Hrs.

Max. Marks : 70

Note :- This paper is of Seventy (70) marks divided into two (02) Sections 'A' and 'B'. Attempt the questions contained in these sections according to the detailed instructions given therein. *Candidates should limit their answers to the questions on the given answer sheet. No additional (B) answer sheet will be issued.*

नोट : यह प्रश्न-पत्र सत्तर (70) अंकों का है, जो दो (02) खण्डों 'क' तथा 'ख' में विभाजित है। प्रत्येक खण्ड में दिए गए विस्तृत निर्देशों के अनुसार ही प्रश्नों को हल करना है। *परीक्षार्थी अपने प्रश्नों के उत्तर दी गई उत्तर-पुस्तिका तक ही सीमित रखें। कोई अतिरिक्त (बी) उत्तर-पुस्तिका जारी नहीं की जायेगी।*

Section–A

(खण्ड–क)

Long Answer Type Questions

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

2×19=38

Note :– Section ‘A’ contains Five (05) Long-answer type questions of Nineteen (19) marks each. Learners are required to answer any *two* (02) questions only.

नोट : खण्ड ‘क’ में पाँच (05) दीर्घ उत्तरीय प्रश्न दिये गये हैं, प्रत्येक प्रश्न के लिए उन्नीस (19) अंक निर्धारित हैं। शिक्षार्थियों को इनमें से केवल दो (02) प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

1. Define direction cosine. If a line makes angles α , β , γ and δ with the four diagonals of cube, prove that \cos^2

$$\alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma + \cos^2 \delta = \frac{4}{3}.$$

दिशा कोसाइन को परिभाषित करें। यदि कोई रेखा घन के चार विकर्णों के साथ कोण α , β , γ और δ बनाती है, तो साबित करें

$$\text{कि } \cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma + \cos^2 \delta = \frac{4}{3}.$$

2. Find the equation of the plane passing through the line

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{3} = \frac{z-5}{5} \text{ and parallel to y-axis.}$$

रेखा $\frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{3} = \frac{z-5}{5}$ से गुजरने वाले और y -अक्ष के

समानांतर समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए।

3. Find the equation of the spheres which pass through the circle $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y + 4z - 3 = 0$, $2x + y + z = 4$ and touch the plane $3x + 4y - 14 = 0$.

गोले समीकरण ज्ञात करें जो वृत्त $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y + 4z - 3 = 0$, $2x + y + z = 4$ से होकर गुजरता है और विमान $3x + 4y - 14 = 0$ को छूता है।

4. Find the equation of the right circular cylinder of radius

2 and having as axis the line $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{2}$.

त्रिज्या 2 और अक्ष के रूप में रेखा वाले लम्ब वृत्तीय बेलन का

समीकरण ज्ञात कीजिए $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{2}$.

5. Trace the curve $14x^2 - 4xy + 11y^2 - 44x - 58y + 71 = 0$. Find the coordinates of its foci and the length of latus rectum.

वक्र $14x^2 - 4xy + 11y^2 - 44x - 58y + 71 = 0$ अनुरेखित करें इसके नाभियों के निर्देशांक और लैटस रेक्टम की लंबाई ज्ञात कीजिए।

Section-B

(खण्ड-ख)

Short Answer Type Questions

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

4×8=32

Note :- Section 'B' contains Eight (08) Short-answer type questions of Eight (08) marks each. Learners are required to answer any *four* (04) questions only.

नोट : खण्ड 'ख' में आठ (08) लघु उत्तरीय प्रश्न दिये गये हैं, प्रत्येक प्रश्न के लिए आठ (08) अंक निर्धारित हैं। शिक्षार्थियों को इनमें से केवल चार (04) प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

1. Show that the points (0, 7, 10), (-1, 6, 6) and (-4, 9, 6) are the vertices of isosceles right-angled triangle.

दिखाएँ कि बिंदु (0, 7, 10), (-1, 6, 6) और (-4, 9, 6) समद्विबाहु समकोण त्रिभुज के शीर्ष हैं।

2. Find the direction cosines of the line whose direction ratios are (1, 1, 1).

उस रेखा की दिशा-कोज्या ज्ञात कीजिए जिसका दिशा अनुपात (1, 1, 1) है।

3. Find the equation of the plane passing through the points (1, -1, 2), (2, -2, 2) and which is perpendicular to the plane $6x - 2y + 2z = 9$.

बिंदु (1, -1, 2), (2, -2, 2) से गुजरने वाले समतल का समीकरण ज्ञात करें और जो विमान $6x - 2y + 2z = 9$ के लंबवत है।

4. Show that angle between the planes $2x + y + z = 7$ and $x - y + 2z = 5$ is 60 degrees.

सिद्ध करें समतल $2x + y + z = 7$ और $x - y + 2z = 5$ के बीच का कोण 60 डिग्री है?

5. Find enveloping cone of the sphere $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2y = 2$ with its vertex at $(1, 1, 1)$.

गोले $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2y = 2$ का आवरण शंकु खोजें जिसका शीर्ष $(1, 1, 1)$ है।

6. Find the equation of the tangent plane to the ellipsoid at the points $(5, -2, 3)$.

बिंदु $(5, -2, 3)$ पर दीर्घवृत्त के स्पर्शरेखा तल का समीकरण ज्ञात कीजिए।

7. Find the coordinates of the centre of the conic $2x^2 + 3xy + 4y^2 + 8x - 40y + 45 = 0$.

शंकु $2x^2 + 3xy + 4y^2 + 8x - 40y + 45 = 0$ के केंद्र के निर्देशांक ज्ञात करें।

8. A chord of a conic subtends a constant angle at a focus of the conic- Show that the chord touches another conic.

शंकु की एक जीवा शंकु के फोकस पर एक स्थिर कोण बनाती है। दिखाएँ कि जीवा दूसरे शंकु को छूती है।
