A-0878

Total Pages: 5 Roll No.

MT(N)-102

DIFFERENTIAL EQUATION

Examination. June 2025

Time: 2:00 Hrs. Max. Marks: 70

Note: This paper is of Seventy (70) marks divided into two (02) Sections 'A' and 'B'. Attempt the questions contained in these sections according to the detailed instructions given therein. Candidates should limit their answers to the questions on the given answer sheet. No additional (B) answer sheet will be issued.

नोट: यह प्रश्न-पत्र सत्तर (70) अंकों का है, जो दो (02) खण्डों 'क' तथा 'ख' में विभाजित है। प्रत्येक खण्ड में दिए गए विस्तृत निर्देशों के अनुसार ही प्रश्नों को हल करना है। परीक्षार्थी अपने प्रश्नों को उत्तर दी गई उत्तर-पुस्तिका तक ही सीमित रखें। कोई अतिरिक्त (बी) उत्तर-पुस्तिका जारी नहीं की जायेगी।

Section-A

(खण्ड-क)

Long Answer Type Questions

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

 $2 \times 19 = 38$

Note: Section 'A' contains Five (05) Long-answer type questions of Nineteen (19) marks each.

Learners are required to answer any two (02) questions only.

नोट: खण्ड 'क' में पाँच (05) दीर्घ उत्तरीय प्रश्न दिये गये हैं, प्रत्येक प्रश्न के लिए उन्नीस (19) अंक निर्धारित हैं। शिक्षार्थियों को इनमें से केवल दो (02) प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

1. Find the complete solution of the following differential equation:

$$x^{2} \frac{d^{2} y}{dx^{2}} - (x^{2} + 2x) \frac{dy}{dx} + (x+2)y = x^{3} \cdot e^{x}$$

निम्नलिखित अवकल समीकरण का पूर्ण हल ज्ञात कीजिये।

$$x^{2} \frac{d^{2}y}{dx^{2}} - (x^{2} + 2x) \frac{dy}{dx} + (x+2)y = x^{3} \cdot e^{x}$$

2. Find singular solution of the different equation $(p - 1)e^{4x} + e^{2y} p^2 = 0$

निम्नलिखित समीकरण $(p-1)e^{4x} + e^{2y} p^2 = 0$ का अद्वितीय हल ज्ञात कीजिये।

A-0878/MT(N)-102 (2)

3. Solve the following differential equations.

निम्नलिखित अवकल समीकरणों को हल कीजिये।

(i)
$$\frac{dy}{dx} = \frac{\sin x + x \cos x}{y(2 \log y + 1)}$$

(ii)
$$(x^2 - y^2) dx + 2xydy = 0$$

(iii)
$$\frac{dy}{dx} + 2xy = e^{-x^2}$$

4. Find all the solution of the Riccati equation $y - 2y + y^2 + 2 = 0$

रीकाटी समीकरण $y - 2y + y^2 + 2 = 0$ के सभी हल ज्ञात कीजिये।

5. Solve the differential equations

$$x^{3} \frac{d^{3} y}{dx^{3}} + 2x^{2} \frac{d^{2} y}{dx^{2}} + 3x \frac{dy}{dx} - 3y = 0$$

अवकल समीकरण
$$x^3 \frac{d^3 y}{dx^3} + 2x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + 3x \frac{dy}{dx} - 3y = 0$$
 का

हल ज्ञात कीजिये।

Section-B

(खण्ड-ख)

Short Answer Type Questions

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

 $4 \times 8 = 32$

A-0878/MT(N)-102 (3)

P.T.O.

- **Note:** Section 'B' contains Eight (08) Short-answer type questions of Eight (08) marks each. Learners are required to answer any *four* (04) questions only.
- नोट: खण्ड 'ख' में आठ (08) लघु उत्तरीय प्रश्न दिये गये हैं, प्रत्येक प्रश्न के लिए आठ (08) अंक निर्धारित हैं। शिक्षार्थियों को इनमें से केवल चार (04) प्रश्नों के उत्तर देने हैं।
- 1. Show that the linearly independent solutions of y'' 2y' + 2y = 0 are $e^x \sin x$ and $e^x \cos x$. दर्शाइए की y'' 2y' + 2y = 0 के रैखिक रूप से स्वतंत्र समाधान $e^x \sin x$ और $e^x \cos x$. हैं।
- 2. Solve $\frac{dy}{dx} = \sin(x+y) + \cos(x+y)$

अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = \sin(x+y) + \cos(x+y)$ को हल कीजिये।

3. Find the family of the curves whose tangents form the angle of $\frac{\pi}{4}$ with the hyperbola xy = c.

उन वक्रों का समूह ज्ञात कीजिये जिनकी स्पर्श रेखाएं अतिपरवलय $xy=c \ \, \hat{\mathbf{a}} \ \, \text{साथ} \, \, \frac{\pi}{4} \ \, \text{कोण बनाती हैं} \, \mathbf{l}$

A-0878/MT(N)-102 (4)

4. Solve the differential equation $\frac{d^2y}{dx^2} + 2\frac{dy}{dx} + y = \cos^2 x$.

अवकल समीकरण
$$\frac{d^2y}{dx^2} + 2\frac{dy}{dx} + y = \cos^2 x$$
 को हल कीजिये।

- 5. Solve the differential equation $(x^2D^2 2xD + 1)y = 0$ अवकल समीकरण $(x^2D^2 - 2xD + 1)y = 0$ को हल कीजिये।
- 6. Find the solution of the following differential equation $\frac{d^2y}{dx^2} + 4y = 4\tan 2x$ by using the method of variation of parameter.

पैरामीटर भिन्नता की विधि का प्रयोग करके निम्नलिखित अवकल

समीकरण
$$\frac{d^2y}{dx^2} + 4y = 4\tan 2x$$
 का हल ज्ञात कीजिये।

7. Solve the partial differential equation $p + 3q = 5z + \tan(y - 3x)$.

आंशिक अवकल समीकरण $p + 3q = 5z + \tan(y - 3x)$ का हल ज्ञात कीजिये।

8. Solve
$$(x + y + 1)^2 \frac{dy}{dx} = 1$$

अवकल समीकरण $(x+y+1)^2 \frac{dy}{dx} = 1$ का हल ज्ञात कीजिये।
