

A-0876

Total Pages : 5

Roll No.

MT(N)-101

CALCULUS

Examination, June 2025

Time : 2:00 Hrs.

Max. Marks : 70

Note :- This paper is of Seventy (70) marks divided into two (02) Sections 'A' and 'B'. Attempt the questions contained in these sections according to the detailed instructions given therein. *Candidates should limit their answers to the questions on the given answer sheet. No additional (B) answer sheet will be issued.*

नोट : यह प्रश्न-पत्र सत्तर (70) अंकों का है, जो दो (02) खण्डों 'क' तथा 'ख' में विभाजित है। प्रत्येक खण्ड में दिए गए विस्तृत निर्देशों के अनुसार ही प्रश्नों को हल करना है। *परीक्षार्थी अपने प्रश्नों के उत्तर दी गई उत्तर-पुस्तिका तक ही सीमित रखें। कोई अतिरिक्त (बी) उत्तर-पुस्तिका जारी नहीं की जायेगी।*

Section-A

(खण्ड-क)

Long Answer Type Questions

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

2×19=38

Note :- Section 'A' contains Five (05) Long-answer type questions of Nineteen (19) marks each. Learners are required to answer any *two* (02) questions only.

नोट : खण्ड 'क' में पाँच (05) दीर्घ उत्तरीय प्रश्न दिये गये हैं, प्रत्येक प्रश्न के लिए उन्नीस (19) अंक निर्धारित हैं। शिक्षार्थियों को इनमें से केवल दो (02) प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

1. Prove that the function $f(x) = |X|$ is continuous at $x = 0$, but not differentiable at $x = 0$.

सिद्ध कीजिये की फलन $f(x) = |X|$ पर संतत है, लेकिन $x = 0$ पर अवकलनीय नहीं है।

2. Verify Cauchy's mean value theorem for the function x^2 and x^3 in the interval $[1, 2]$.

अंतराल $[1, 2]$ में फलन x^2 और x^3 के लिए कॉची के माध्य मान प्रमेय को सत्यापित करें।

3. Find the differential coefficient of $(\sin^{-1}x)^{\log x}$.

$(\sin^{-1}x)^{\log x}$ का अवकल गुणांक ज्ञात कीजिये।

4. If $y = \sin(m \sin^{-1} x)$, find $(y_n)_0$.

यदि $y = \sin(m \sin^{-1} x)$ है तो $(y_n)_0$ ज्ञात कीजिये।

5. For real numbers $x, a, \varepsilon > 0$ show that

(a) $|x| < \varepsilon \Leftrightarrow -\varepsilon < x < \varepsilon$

(b) $|x - a| < \varepsilon \Leftrightarrow a - \varepsilon < x < a + \varepsilon.$

वास्तविक संख्या $x, a, \varepsilon > 0$ के लिए सिद्ध कीजिये।

(अ) $|x| < \varepsilon \Leftrightarrow -\varepsilon < x < \varepsilon$

(ब) $|x - a| < \varepsilon \Leftrightarrow a - \varepsilon < x < a + \varepsilon.$

Section-B

(खण्ड-ख)

Short Answer Type Questions

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

4×8=32

Note :- Section 'B' contains Eight (08) Short-answer type questions of Eight (08) marks each. Learners are required to answer any *four* (04) questions only.

नोट : खण्ड 'ख' में आठ (08) लघु उत्तरीय प्रश्न दिये गये हैं, प्रत्येक प्रश्न के लिए आठ (08) अंक निर्धारित हैं। शिक्षार्थियों को इनमें से केवल **चार** (04) प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

1. Evaluate :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cos x - \log(a+x)}{x^2}$$

मूल्यांकन कीजिये।

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cos x - \log(a+x)}{x^2}$$

2. Find the angle of intersection of the parabolas.

$$y^2 = 4 a x \text{ and } x^2 = 4 b y.$$

परवलय $y^2 = 4 a x$ तथा $x^2 = 4 b y$ के बीच का कोण ज्ञात कीजिये।

3. Find the curvature at the point $\left(\frac{3a}{2}, \frac{3a}{2}\right)$ of the curve

$$x^3 + y^3 = 3 a x y.$$

वक्र $x^3 + y^3 = 3 a x y$ के बिंदु $\left(\frac{3a}{2}, \frac{3a}{2}\right)$ पर वक्रता ज्ञात

कीजिए।

4. Find the asymptotes of the curve $y^2 (a^2 - x^2) = x^4$.

वक्र $y^2 (a^2 - x^2) = x^4$ का अनन्तस्पर्शी ज्ञात कीजिए।

5. Expand $\sin x$ in power of $\left(x - \frac{1}{2}\pi\right)$ by using Taylor's series.

टेलर की श्रृंखला का उपयोग करके $\left(x - \frac{1}{2}\pi\right)$ की घात में $\sin x$

का विस्तार करें।

6. The limit of a sum is equal to the sum of limits.

किसी राशि की सीमा, सीमा के योग के बराबर होती है।

7. A polynomial function is always a continuous function.

एक बहुपद फलन सदैव एक सतत फलन होता है।

8. If functions u, v, w of three independent variables x, y, z is not independent then the Jacobian of u, v, w with respect to x, y, z vanishes.

यदि तीन स्वतंत्र चर x, y, z के फंक्शन u, v, w स्वतंत्र नहीं हैं तो x, y, z के संबंध में u, v, w का जैकोबियन गायब हो जाता है।
