

A-118

Total Pages : 5

Roll No.

MT-08

COMPLEX ANALYSIS

समिश्र विश्लेषण

Bachelor of Science (BSC)

3rd Year Examination, 2024 (June)

Time : 2:00 Hrs.

Max. Marks : 35

Note :- This paper is of Thirty five (35) marks divided into two (02) sections 'A' and 'B'. Attempt the questions contained in these sections according to the detailed instructions given therein. *Candidates should limit their answers to the questions on the given answer sheet. No additional (B) answer sheet will be issued.*

यह प्रश्न-पत्र पैंतीस (35) अंकों का है, जो दो (02) खण्डों 'क' तथा 'ख' में विभाजित है। प्रत्येक खण्ड में दिए गए विस्तृत निर्देशों के अनुसार ही प्रश्नों को हल करना है। **परीक्षार्थी अपने प्रश्नों के उत्तर दी गई उत्तर-पुस्तिका तक ही सीमित रखें। कोई अतिरिक्त (बी) उत्तर-पुस्तिका जारी नहीं की जायेगी।**

Section–A

(खण्ड–क)

Long Answer Type Questions

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

$2 \times 9\frac{1}{2} = 19$

Note :- Section 'A' contains Five (05) Long-answer type questions of Nine and Half ($9\frac{1}{2}$) marks each. Learners are required to answer any *two* (02) questions only.

खण्ड 'क' में पाँच (05) दीर्घ उत्तरीय प्रश्न दिये गये हैं, प्रत्येक प्रश्न के लिए साढ़े नौ ($9\frac{1}{2}$) अंक निर्धारित हैं। शिक्षार्थियों को इनमें से केवल दो (02) प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

1. State and derive Cauchy-Riemann equations for analytic functions.

विश्लेषणात्मक कार्यों के लिए कॉची-रीमैन समीकरण बताइए और व्युत्पन्न कीजिए।

2. Find the analytic function whose real part is $x^2 - y^2$.

वह विश्लेषणात्मक फलन ज्ञात कीजिए जिसका वास्तविक भाग $x^2 - y^2$ है।

3. Let $f(z)$ be an analytic function of z in a region D of the z -plane and let $f'(z)$ may be zero inside D . Then prove that the mapping $w = f(z)$ may not be conformal at the points of D .

मान लें कि $f(z)$ z -तल के क्षेत्र D में z का एक विश्लेषणात्मक कार्य है और मान लीजिए कि D के अन्दर $f'(z)$ शून्य हो सकता है। फिर सिद्ध कीजिए कि मैपिंग $w = f(z)$ अनुरूप नहीं हो सकती है।

4. Derive Cauchy Integral Formula.

कॉची इंटीग्रल फॉर्मूला व्युत्पन्न कीजिए।

5. With the help of Calculus of residue, calculate the value

of $\int_0^{\infty} \frac{\sin x}{x} dx$.

अवशेषों के कैलकुलस की सहायता से, $\int_0^{\infty} \frac{\sin x}{x} dx$ के मूल्य की गणना कीजिए।

Section-B

(खण्ड-ख)

Short Answer Type Questions

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

4×4=16

Note :- Section 'B' contains Eight (08) Short-answer type questions of Four (04) marks each. Learners are required to answer any *four* (04) questions only.

खण्ड 'ख' में आठ (08) लघु उत्तरीय प्रश्न दिये गये हैं, प्रत्येक प्रश्न के लिए चार (04) अंक निर्धारित हैं। शिक्षार्थियों को इनमें से केवल चार (04) प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

1. If z_1 and z_2 are two complex numbers, then prove that :

$$|z_1 - z_2| \geq ||z_1| - |z_2||$$

यदि z_1 और z_2 दो सम्मिश्र संख्याएँ हैं, तो सिद्ध कीजिए :

$$|z_1 - z_2| \geq ||z_1| - |z_2||$$

2. Prove that an Analytic function with constant real part is constant.

सिद्ध कीजिए कि स्थिर वास्तविक भाग वाला एक विश्लेषणात्मक फलन स्थिर होता है।

3. If $f(z) = u + iv$ is an analytic function of $z = x + iy$, prove that the families of curves $u = c_1$, $v = c_2$ are orthogonal to each other.

यदि $f(z) = u + iv$ $z = x + iy$ का एक विश्लेषणात्मक कार्य है, तो सिद्ध कीजिए कि वक्र $u = c_1$, $v = c_2$ के परिवार एक दूसरे के लिए ऑर्थोगोनल हैं।

4. Consider the transformation $w = \frac{1}{z}$ and discuss this inversion.

परिवर्तन $w = \frac{1}{z}$ पर विचार कीजिए और इस व्युत्क्रम पर चर्चा कीजिए।

5. Find the radius of convergence of the Power series

$$\sum (-1)^n \frac{z^{2n+1}}{(2n+1)!}$$

पावर श्रृंखला $\sum (-1)^n \frac{z^{2n+1}}{(2n+1)!}$ के अभिसरण की त्रिज्या ज्ञात कीजिए।

6. With the help of Cauchy Integral formula, derive an expression for derivative.

कॉची इंटीग्रल सूत्र की सहायता से व्युत्पन्न के लिए एक अभिव्यक्ति प्राप्त कीजिए।

7. Show that the function e^z has an isolated essential singularity at $z = \infty$.

दिखाइए कि फंक्शन e^z में $z = \infty$ पर एक पृथक् आवश्यक विलक्षणता है।

8. Determine the poles of the function :

$$f(z) = \frac{z^2}{(z-1)(z-2)(z+2)(z+3)}$$

and residues at each point.

फंक्शन :

$$f(z) = \frac{z^2}{(z-1)(z-2)(z+2)(z+3)}$$

के ध्रुव और प्रत्येक बिन्दु पर अवशेष निर्धारित कीजिए।
