

A-116

Total Pages : 6

Roll No.

MT-06

**NUMERICAL ANALYSIS & VECTOR
CALCULUS**

संख्यात्मक विश्लेषण एवं सदिश कलन

Bachelor of Science (BSC)

2nd Year Examination, 2024 (June)

Time : 2:00 Hrs.

Max. Marks : 35

Note :- This paper is of Thirty five (35) marks divided into two (02) sections 'A' and 'B'. Attempt the questions contained in these sections according to the detailed instructions given therein. *Candidates should limit their answers to the questions on the given answer sheet. No additional (B) answer sheet will be issued.*

यह प्रश्न-पत्र पैंतीस (35) अंकों का है, जो दो (02) खण्डों 'क' तथा 'ख' में विभाजित है। प्रत्येक खण्ड में दिए गए विस्तृत निर्देशों के अनुसार ही प्रश्नों को हल करना है। **परीक्षार्थी अपने प्रश्नों के उत्तर दी गई उत्तर-पुस्तिका तक ही सीमित रखें। कोई अतिरिक्त (बी) उत्तर-पुस्तिका जारी नहीं की जायेगी।**

Section–A

(खण्ड–क)

Long Answer Type Questions

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

$2 \times 9\frac{1}{2} = 19$

Note :- Section 'A' contains Five (05) Long-answer type questions of Nine and Half ($9\frac{1}{2}$) marks each. Learners are required to answer any *two* (02) questions only.

खण्ड 'क' में पाँच (05) दीर्घ उत्तरीय प्रश्न दिये गये हैं, प्रत्येक प्रश्न के लिए साढ़े नौ ($9\frac{1}{2}$) अंक निर्धारित हैं। शिक्षार्थियों को इनमें से केवल दो (02) प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

1. Using Lagrange's interpolation formula, find $y(10)$ from the following table :

X	5	6	9	11
Y	12	13	14	16

लैग्रेंज के अंतरवेषण (इंटरपोलेशन) सूत्र का उपयोग करके, $y(10)$ का मान निम्नलिखित तालिका से खोजिए :

X	5	6	9	11
Y	12	13	14	16

2. The population of a town was as given. Estimate the population for the year 1925 :

Years (x)	1891	1901	1911	1921	1931
Population (y)	48	66	81	93	101

एक शहर की जनसंख्या दी गई थी। वर्ष 1925 की जनसंख्या का अनुमान लगाइये :

वर्ष (x)	1891	1901	1911	1921	1931
जनसंख्या (y)	48	66	81	93	101

3. Evaluate :

$$\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}$$

using Simpson's $\frac{1}{3}$ rule taking $h = \frac{1}{4}$.

मूल्यांकन कीजिए :

$$\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}$$

सिम्पसन $\frac{1}{3}$ नियम का प्रयोग करके जहाँ $h = \frac{1}{4}$ ले रहे हैं।

4. Solve the following system by Gauss-Seidel methods :

$$10x - 5y - 2z = 3$$

$$4x - 10y + 3z = -3$$

$$x + 6y + 10z = -3$$

निम्नलिखित प्रणाली को गॉस-सीडेल पुनरावृत्ति विधि द्वारा हल कीजिए :

$$10x - 5y - 2z = 3$$

$$4x - 10y + 3z = -3$$

$$x + 6y + 10z = -3$$

5. Explain the Stoke's theorem. Using Stoke's theorem, evaluate the integral $\int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$ where

$\vec{F} = y^2 \hat{i} + x^2 \hat{j} - (x+z) \hat{k}$ and C is the boundary of triangle with vertices (0, 0, 0), (1, 0, 0) and (1, 1, 0).

स्टोक के प्रमेय की व्याख्या कीजिए। स्टोक के प्रमेय का उपयोग करते हुए, समाकल $\int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$ का मान ज्ञात कीजिए जहाँ

$\vec{F} = y^2 \hat{i} + x^2 \hat{j} - (x+z) \hat{k}$ और C त्रिभुज की परिसीमा है। जिसके शीर्ष (0, 0, 0), (1, 0, 0) और (1, 1, 0) हैं।

Section-B

(खण्ड-ख)

Short Answer Type Questions

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

4×4=16

Note :- Section 'B' contains Eight (08) Short-answer type questions of Four (04) marks each. Learners are required to answer any *four* (04) questions only.

खण्ड 'ख' में आठ (08) लघु उत्तरीय प्रश्न दिये गये हैं, प्रत्येक प्रश्न के लिए चार (04) अंक निर्धारित हैं। शिक्षार्थियों को इनमें से केवल चार (04) प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

1. Find $\text{div } \vec{F}$ and $\text{curl } \vec{F}$ where $\vec{F} = \text{grad } (x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz)$.

ज्ञात कीजिए $\text{div } \vec{F}$ और $\text{curl } \vec{F}$ जहाँ $\vec{F} = \text{grad } (x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz)$ ।

2. Find the directional derivative of $f(x, y, z) = xy^2 + yz^3$ at the point $(2, -1, 1)$ in the direction of the vector $\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k}$.

$f(x, y, z) = xy^2 + yz^3$ के बिन्दु $(2, -1, 1)$ पर सदिश $\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k}$ की तरफ दिक्-अवकलज ज्ञात कीजिए।

3. Prove that :

$$\nabla^2 r^n = n(n+1)r^{(n-2)}$$

where n is constant.

सिद्ध कीजिए :

$$\nabla^2 r^n = n(n+1)r^{(n-2)}$$

जहाँ n स्थिर है।

4. Compare the Gauss elimination and Gauss-Seidal method in your words.

तुलना कीजिए गॉस विलोपन और गॉस-सीडेल पुनरावृत्ति विधि की अपने शब्दों में।

5. Prove that :

$$1 + \frac{\delta^2}{2} = \sqrt{1 + \delta^2 \mu^2}$$

सिद्ध कीजिए :

$$1 + \frac{\delta^2}{2} = \sqrt{1 + \delta^2 \mu^2}$$

6. Using Newton-Raphson method, find the real root of the equation $3x = \cos x + 1$ correct to four decimal places.

न्यूटन-रेफसन विधि का उपयोग करके समीकरण $3x = \cos x + 1$ का दशमलव के चार स्थानों तक वास्तविक मूल ज्ञात कीजिए।

7. Prove that :

$$\operatorname{div}(\operatorname{curl} \vec{V}) = 0$$

सिद्ध कीजिए :

$$\operatorname{div}(\operatorname{curl} \vec{V}) = 0$$

8. Using the Method of false-position, find the root of equation $x^3 - 2x - 5 = 0$ upto three decimal places.

मिथ्या स्थिति विधि का उपयोग करके समीकरण $x^3 - 2x - 5 = 0$ का दशमलव के तीन स्थानों तक वास्तविक मूल ज्ञात कीजिए।
