

A-113

Total Pages : 8

Roll No.

MT-03

**CO-ORDINATE GEOMETRY AND
MATHEMATICAL PROGRAMMING**

निर्देशांक ज्यामिति और गणितीय प्रोग्रामिंग

Bachelor of Science (BSC)

1st Year Examination, 2024 (June)

Time : 2:00 Hrs.

Max. Marks : 35

Note :- This paper is of Thirty five (35) marks divided into two (02) Sections 'A' and 'B'. Attempt the questions contained in these sections according to the detailed instructions given therein. *Candidates should limit their answers to the questions on the given answer sheet. No additional (B) answer sheet will be issued.*

यह प्रश्न-पत्र पैंतीस (35) अंकों का है, जो दो (02) खण्डों 'क' तथा 'ख' में विभाजित है। प्रत्येक खण्ड में दिए गए विस्तृत निर्देशों के अनुसार ही प्रश्नों को हल करना है। **परीक्षार्थी अपने प्रश्नों के उत्तर दी गई उत्तर-पुस्तिका तक ही सीमित रखें। कोई अतिरिक्त (बी) उत्तर-पुस्तिका जारी नहीं की जायेगी।**

Section–A

(खण्ड–क)

Long Answer Type Questions

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

$2 \times 9\frac{1}{2} = 19$

Note :- Section 'A' contains Five (05) Long-answer type questions of Nine and Half ($9\frac{1}{2}$) marks each. Learners are required to answer any *two* (02) questions only.

खण्ड 'क' में पाँच (05) दीर्घ उत्तरीय प्रश्न दिये गये हैं, प्रत्येक प्रश्न के लिए साढ़े नौ ($9\frac{1}{2}$) अंक निर्धारित हैं। शिक्षार्थियों को इनमें से केवल दो (02) प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

1. Which conics do the following equations represent ? Find their centers and find the equations of the conic with respect to the axes passing through the center.

(a) $2x^2 - 72xy + 23y^2 - 4x - 28y - 48 = 0$

(b) $3x^2 - 8xy - 3y^2 + 10x - 13y + 8 = 0$

निम्न समीकरण कौन से शांकव निरूपित करते हैं ? उनके केन्द्र ज्ञात कीजिए तथा केन्द्र से गुजरने वाले अक्षों के सापेक्ष शांकव के समीकरण ज्ञात कीजिए :

(अ) $2x^2 - 72xy + 23y^2 - 4x - 28y - 48 = 0$

(ब) $3x^2 - 8xy - 3y^2 + 10x - 13y + 8 = 0$

2. Find the length of the normal chord drawn from a point (α, β, γ) on the ellipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$.

दीर्घवृत्तज $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ पर बिन्दु (α, β, γ) से खींचे गये अभिलम्ब जीवा की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

3. Solve the following linear programming problem by Simplex method :

Minimize :

$$Z = x_1 + x_2$$

Subject to :

$$2x_1 + x_2 \geq 4$$

$$x_1 + 7x_2 \geq 7$$

and $x_1, x_2 \geq 0$

निम्नलिखित रैखिक प्रोग्रामन समस्या को सिम्पलेक्स विधि द्वारा हल कीजिए :

निम्नतम :

$$Z = x_1 + x_2$$

प्रतिबंध :

$$2x_1 + x_2 \geq 4$$

$$x_1 + 7x_2 \geq 7$$

एवं $x_1, x_2 \geq 0$

4. Find the solution of the following problem by writing its dual problem :

Minimize :

$$Z = x_1 + 2x_2$$

Subject to :

$$2x_1 + x_2 \geq 4$$

$$x_1 + 7x_2 \geq 7$$

and

$$x_1, x_2 \geq 0$$

निम्नतम :

$$Z = x_1 + 2x_2$$

प्रतिबंध :

$$2x_1 + x_2 \geq 4$$

$$x_1 + 7x_2 \geq 7$$

एवं

$$x_1, x_2 \geq 0$$

5. Prove that the plane $ax + by + cz = 0$ cuts the cone

$yz + zx + xy = 0$ in perpendicular lines, if $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 0$.

सिद्ध कीजिए कि समतल $ax + by + cz = 0$ शंकु $yz + zx +$

$xy = 0$ को लम्ब रेखाओं में काटता है, यदि $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 0$ ।

Section-B

(खण्ड-ख)

Short Answer Type Questions

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

4×4=16

Note :- Section 'B' contains Eight (08) Short-answer type questions of Four (04) marks each. Learners are required to answer any *four* (04) questions only.

खण्ड 'ख' में आठ (08) लघु उत्तरीय प्रश्न दिये गये हैं, प्रत्येक प्रश्न के लिए चार (04) अंक निर्धारित हैं। शिक्षार्थियों को इनमें से केवल चार (04) प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

1. Find the locus of the center of a quadrilateral sphere which passes through the origin and meets the coordinates at A, B, C such that the volume of the tetrahedron OABC remains constant.

एक चार गोले के केन्द्र का बिन्दुपथ ज्ञात कीजिए जो मूल बिन्दु से होकर गुजरता है तथा निर्देशांकों को A, B, C पर इस प्रकार मिलता है कि चतुष्फलक OABC का आयतन स्थिर रहता है।

2. Find the center and radius of the circle which is obtained from the intersection of the sphere $x^2 + y^2 + z^2 - 2y - 4z = 11$ by the plane $x + 2y + 2z = 15$.

उस व्रत का केन्द्र व त्रिज्या ज्ञात कीजिए जो समतल $x + 2y + 2z = 15$ द्वारा गोले $x^2 + y^2 + z^2 - 2y - 4z = 11$ के प्रतिच्छेदन से प्राप्त होता है।

3. Show that, line $\frac{x+3}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{3}$ with respect to the sphere $x^2 + y^2 + z^2 = 1$, the polar line is $\frac{x}{-1} = \frac{7y+3}{11} = \frac{2-7z}{5}$.

प्रदर्शित कीजिए कि रेखा $\frac{x+3}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{3}$ की गोले $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ के सापेक्ष ध्रुवीय रेखा $\frac{x}{-1} = \frac{7y+3}{11} = \frac{2-7z}{5}$ है।

4. Find the equation of the right circular cone which passes through (1, 1, 1), whose vertex is (1, 0, 1) and the axis of the cone makes equal angles with the coordinate axes.

उस लम्ब वृत्तिय शंकु का समीकरण ज्ञात कीजिए जो (1, 1, 1) से गुजरे, जिसका शीर्ष (1, 0, 1) है तथा शंकु का अक्ष निर्देशाक्षों से बराबर-बराबर कोण बनाता है।

5. Find the equation of the right circular cylinder whose radius is 3 and axis goes through (1, -1, 2). The direction ratios of the axes are 2, -1, 3.

उस लम्ब वृत्तिया बेलन का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसकी त्रिज्या 3 और अक्ष (1, -1, 2) से जाती है। अक्ष की दिक् अनुपात 2, -1, 3 हैं।

6. Find the equations and tangent points of the tangent planes going through $2x^2 - 6y^2 + 3z^2 = 5$ and touching the line $x + 9y - 3z = 0 = 3x - 3y + 6z - 5$.

रेखा $x + 9y - 3z = 0 = 3x - 3y + 6z - 5$ से जाने वाले तथा $2x^2 - 6y^2 + 3z^2 = 5$ को स्पर्श करने वाले स्पर्श तलों के समीकरण एवं स्पर्श बिन्दु ज्ञात कीजिए।

7. Find the coordinates of the center of the conic :

$$14x^2 + 14y^2 + 8z^2 - 4yz - 4zx - 8xy + 18x - 18y + 5 = 0$$

शांकवज $14x^2 + 14y^2 + 8z^2 - 4yz - 4zx - 8xy + 18x - 18y + 5 = 0$ के केन्द्र के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।

8. Solve the following linear programming problem by graph method :

Maximize :

$$Z = 45x + 55y$$

Subject to :

$$6x + 4y \leq 120$$

$$3x + 10y \leq 180$$

and $x, y \geq 0$

लेखाचित्र विधि से निम्नलिखित रैखिक प्रोग्रामन समस्या को हल कीजिए :

अधिकतम :

$$Z = 45x + 55y$$

प्रतिबंध :

$$6x + 4y \leq 120$$

$$3x + 10y \leq 180$$

एवं

$$x, y \geq 0$$
