

A-111

Total Pages : 5

Roll No.

MT-01

DISCRETE MATHEMATICS

विविक्त गणित

Bachelor of Science (BSC)

1st Year Examination, 2024 (June)

Time : 2:00 Hrs.

Max. Marks : 35

Note :- This paper is of Thirty five (35) marks divided into two (02) Sections 'A' and 'B'. Attempt the questions contained in these sections according to the detailed instructions given therein. *Candidates should limit their answers to the questions on the given answer sheet. No additional (B) answer sheet will be issued.*

यह प्रश्न-पत्र पैंतीस (35) अंकों का है, जो दो (02) खण्डों 'क' तथा 'ख' में विभाजित है। प्रत्येक खण्ड में दिए गए विस्तृत निर्देशों के अनुसार ही प्रश्नों को हल करना है। **परीक्षार्थी अपने प्रश्नों के उत्तर दी गई उत्तर-पुस्तिका तक ही सीमित रखें। कोई अतिरिक्त (बी) उत्तर-पुस्तिका जारी नहीं की जायेगी।**

Section-A

(खण्ड-क)

Long Answer Type Questions

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

$2 \times 9\frac{1}{2} = 19$

Note :- Section 'A' contains Five (05) Long-answer type questions of Nine and Half ($9\frac{1}{2}$) marks each. Learners are required to answer any *two* (02) questions only.

खण्ड 'क' में पाँच (05) दीर्घ उत्तरीय प्रश्न दिये गये हैं, प्रत्येक प्रश्न के लिए साढ़े नौ ($9\frac{1}{2}$) अंक निर्धारित हैं। शिक्षार्थियों को इनमें से केवल दो (02) प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

1. Let (A, \leq) is a bounded lattice, then for each $a \in A$, prove that :

(i) $a \vee 1 = 1$ and $a \wedge 1 = a$

(ii) $a \vee 0 = 0$ and $a \wedge 0 = a$

माना (A, \leq) परिवद्ध जालक है, तो प्रत्येक $a \in A$ के लिए :

(i) $a \vee 1 = 1$ तथा $a \wedge 1 = a$

(ii) $a \vee 0 = 0$ तथा $a \wedge 0 = a$

2. For all elements a of Boolean algebra $(B, +, \cdot, ', 0, 1)$, prove that :

(i) $a + a = a$

(ii) $a \cdot a = a$

बूलीय बीजगणित $(B, +, \cdot, ', 0, 1)$, के समस्त अवयवों a के लिए सिद्ध कीजिए :

(i) $a + a = a$

(ii) $a \cdot a = a$

3. Define the following :

(i) Regular graph

(ii) Complete graph

परिभाषित कीजिए :

(i) नियमित ग्राफ

(ii) पूर्ण ग्राफ

4. Prove that the graph G is a connected graph if and only if G has a spanning tree.

सिद्ध कीजिए कि ग्राफ G एक सम्बद्ध ग्राफ है यदि और केवल यदि G का एक जनक वृक्ष है।

5. Prove that every tree has one or two centers.

सिद्ध कीजिए कि प्रत्येक वृक्ष का एक या दो केन्द्र होते हैं।

Section-B

(खण्ड-ख)

Short Answer Type Questions

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

4×4=16

Note :- Section 'B' contains Eight (08) Short-answer type questions of Four (04) marks each. Learners are required to answer any *four* (04) questions only.

खण्ड 'ख' में आठ (08) लघु उत्तरीय प्रश्न दिये गये हैं, प्रत्येक प्रश्न के लिए चार (04) अंक निर्धारित हैं। शिक्षार्थियों को इनमें से केवल चार (04) प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

1. Let $A = \{-2, 1, 3, 4\}$. The function $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ is such that $f(x) = x^2 - 2x + 2$, then find the range of f and the pre-images of $-4, 5$.

माना $A = \{-2, 1, 3, 4\}$ फलन $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ इस प्रकार है कि $f(x) = x^2 - 2x + 2$, तब f का परिसर तथा $-4, 5$ के पूर्व प्रतिबिम्ब ज्ञात कीजिए।

2. Find the order of each element of the group $(\{0, 1, 2\}, +)$.

समूह $(\{0, 1, 2\}, +)$ के प्रत्येक अवयव की कोटि ज्ञात कीजिए।

3. How many words can be made using the seven letters of the word BENZENE ? Find out.

BENZENE शब्द के सात अक्षरों के उपयोग से कितने शब्द बनाये जा सकते हैं। ज्ञात कीजिए।

4. Express the following languages in the form of regular expressions :

(i) $\{a^{2n+1}, n \geq 0\}$

(ii) $\{a^{3n+1}, n \geq 0\}$

निम्न भाषाओं को नियमित व्यंजकों रूप में व्यक्त कीजिए :

(i) $\{a^{2n+1}, n \geq 0\}$

(ii) $\{a^{3n+1}, n \geq 0\}$

5. Find the numerical function corresponding to the

generating function $G(x) = \frac{x^3}{1-3x}$.

जनक फलन $G(x) = \frac{x^3}{1-3x}$ के संगत संख्यांक फलन ज्ञात कीजिए।

6. Solve the following homogeneous linear recurrence relation :

$$a_r = 4(a_{r-1}, a_{r-2}) \quad r \geq 2, \quad a_0 = a_1 = 1$$

निम्न समघात रैखिक पुनरावृत्ति सम्बन्ध को हल कीजिए :

$$a_r = 4(a_{r-1}, a_{r-2}) \quad r \geq 2, \quad a_0 = a_1 = 1$$

7. Draw the diagram of a graph whose order is 5 and the orders of the vertices are 1, 2, 2, 3 and 4 respectively. Also find the size of the graph.

एक ऐसे ग्राफ का आरेख खींचिए, जिसकी कोटि 5 है तथा शीर्षों की कोटियाँ क्रमशः 1, 2, 2, 3 तथा 4 है। ग्राफ का आमाप भी ज्ञात कीजिए।

8. Show that the complete bipartite graph $K_{3,3}$ is not planar.

प्रदर्शित कीजिए कि पूर्ण द्विखण्डी ग्राफ $K_{3,3}$ समतलीय नहीं है।
