MT (N)-121

Second Semester Examination, 2024 (June)

[Algebra Matrices and Vector Analysis]

Time : 2 Hours] **[Maximum Marks : 70**

Note : This paper is of seventy (70) marks divided into two (2) Sections 'A' and 'B'. Attempt the questions contained in these sections according to the detailed instructions given therein. Candidates should limit their answers to the questions on the given answer sheet. No additional (B) answer sheet will be issued.

यह प्रश्न पत्र सत्तर (70) अंकों का है जो दो (2) खण्डों (क) तथा (ख) में विभाजित है। प्रत्येक खण्ड में दिए गए विस्तृत निर्देशों के अनुसार ही प्रश्नों को हल करना है। परीक्षार्थी अपने प्रश्नों के उत्तर दी गई उत्तर–पुस्तिका तक ही सीमित रखें। कोई अतिरिक्त (बी) उत्तर पुस्तिका जारी नहीं की जायेगी।

SECTION—A

खण्ड–क

(Long Answer Type Questions)

(दीर्घ उत्तरों वाले प्रश्न)

answer any two (2) questions only. **2 × 19 = 38**

खण्ड (क) में पाँच (5) दीर्घ उत्तरों वाले प्रश्न दिये गये हैं, प्रत्येक प्रश्न के लिए उन्नीस (19) अंक निर्धारित हैं। शिक्षार्थियों को इनमें से केवल दो (2) प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

1. Solve the cubic $x^3 - 18x - 35 = 0$ by Cardan's method.

कार्डन विधि द्वारा घन $x^3 - 18x - 35 = 0$ को हल करें।

2. Using Descarte's method solve the biquadratic equation $x^4 - 3x^2 - 42x - 40 = 0$.

डेसकार्ट की विधि का उपयोग करके द्विघात समीकरण $x^4 - 3x^2 - 42x - 40 = 0$ को हल करें।

3. If A and B are two idempotent matrices of same order then prove that if (A + B) is idempotent then AB and BA both are null matrices.

यदि A और B एक ही क्रम के दो निरर्थक आव्यूह हैं तो सिद्ध कीजिए कि यदि (A + B) निरर्थक आव्यूह है तो AB और BA दोनों शून्य आव्यूह हैं।

4. Determine the characteristic roots and corresponding characteristic vector of the matrix $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{bmatrix}$.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{bmatrix}.$$

5. If $f = (2x^2y - x^4)i + (e^{xy} - y\sin x)j + (x^2\cos y)k$, then verify that $\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} = \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$.

यदि $f = (2x^2y - x^4)i + (e^{xy} - y\sin x)j + (x^2\cos y)k$, तो सत्याापित करें कि $\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} = \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$.

SECTION—B

(Short Answer Type Questions)

Note : Section 'B' contains eight (8) short answer type questions of Eight (8) marks each. Learners are required to answer any four (4) questions only. **4 × 8 = 32**

खण्ड (ख) में आठ (8) लघु उत्तरों वाले प्रश्न दिये गये हैं, प्रत्येक प्रश्न के लिए आठ (8) अंक निर्धारित हैं। शिक्षार्थियों को इनमें से केवल चार (4) प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

1. Solve the equation $6x^4 - 3x^3 + 8x^2 - x + 2 = 0$ being given that it has a pair of roots whose sum is zero.

समीकरण $6x^4 - 3x^3 + 8x^2 - x + 2 = 0$ को हल करें, यह देखते हुए कि इसमें मूलों की एक जोड़ी है जिसका योग शून्य है।

prove that (AB) is also orthogonal matrix.

यदि A और B एक ही आकार के दो ऑर्थोगोनल मैट्रिक्स हैं तो साबित करें कि (AB) भी ऑर्थोगोनल मैट्रिक्स है।

3. Solve the following system at equation by Cramer's rule:

निम्नलिखित प्रणाली को क्रैमर नियम के अनुसार समीकरण में हल करें–

$$2x - y + 3z = 9$$
$$x + y + z = 6$$
$$x - y + z = 2$$

4. Find the solution of System of linear Equation

रैखिक समीकरण प्रणाली का समाधान खोजें–

$$3t_1 + 4t_2 - t_3 - 6t_4 = 0$$
$$2t_1 + 3t_2 + 2t_3 - 3t_4 = 0$$
$$2t_1 + t_2 - 14t_3 - 9t_4 = 0$$
$$t_1 + 3t_2 + 13t_3 + 3t_4 = 0.$$

5. Prove that Eigen values of a unitary matrix are of unit modules.

सिद्ध करें कि एकात्मक मैट्रिक्स के आइजन मान इकाई मॉडयूल के होते हैं।

6. Express $\frac{(\cos\theta + i\sin\theta)^8}{(\sin\theta + i\cos\theta)^4}$ in the form of a + ib.

7. Show that $\frac{\pi}{8} = \frac{1}{1.3} + \frac{1}{5.7} + \frac{1}{9.11} + \ldots$ to ∞.

सिद्ध करें $\frac{\pi}{8} = \frac{1}{1.3} + \frac{1}{5.7} + \frac{1}{9.11} + \ldots$ to ∞.

8. Using Stoke's theorem prove that curl grad $\phi = 0$.

स्टोक के प्रमेय का उपयोग करके सिद्ध करें कि curl grad $\phi = 0$ है।

****