

Roll. No. :

MT (N)-120

First Semester Examination, 2024 (June)

[Three Dimensional Geometry]

Time : 2 Hours]

[Maximum Marks : 70

Note : This paper is of seventy (70) marks divided into two (2) Sections 'A' and 'B'. Attempt the questions contained in these sections according to the detailed instructions given therein. Candidates should limit their answers to the questions on the given answer sheet. No additional (B) answer sheet will be issued.

यह प्रश्न पत्र सत्तर (70) अंकों का है जो दो (2) खण्डों (क) तथा (ख) में विभाजित है। प्रत्येक खण्ड में दिए गए विस्तृत निर्देशों के अनुसार ही प्रश्नों को हल करना है। परीक्षार्थी अपने प्रश्नों के उत्तर दी गई उत्तर-पुस्तिका तक ही सीमित रखें। कोई अतिरिक्त (बी) उत्तर पुस्तिका जारी नहीं की जायेगी।

SECTION—A

खण्ड—क

(Long Answer Type Questions)

(दीर्घ उत्तरों वाले प्रश्न)

MT(N)-120/5

(1)

[P.T.O.]

Note : Section 'A' contains five (5) long answer type questions of Nineteen (19) marks each. Learners are required to answer any two (2) questions only. $2 \times 19 = 38$

खण्ड (क) में पाँच (5) दीर्घ उत्तरों वाले प्रश्न दिये गये हैं, प्रत्येक प्रश्न के लिए उन्नीस (19) अंक निर्धारित हैं। शिक्षार्थियों को इनमें से केवल दो (2) प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

1. If the axes are rectangular and the coordinates of the points A and B are (3, 4, 5) and (-1, 3, -7) respectively then find the locus of a variable point P which moves such that $PA = PB$ and $PA^2 + PB^2 = 2k^2$.

यदि अक्ष आयताकार हैं और बिंदु A और B के निर्देशांक क्रमशः (3, 4, 5) और (-1, 3, -7) हैं तो एक चर बिंदु P का बिन्दुपथ ज्ञात कीजिए जो इस प्रकार चलता है कि $PA = PB$ और $PA^2 + PB^2 = 2k^2$.

2. If α, β and γ are the angles which a straight line makes with the positive direction of the axes then prove that $\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta + \sin^2 \gamma = 2$.

यदि α, β और γ वे कोण हैं जो एक सीधी रेखा अक्षों की धनात्मक दिशा के साथ बनाती है, तो सिद्ध कीजिए कि $\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta + \sin^2 \gamma = 2$.

3. Find the distance of the point P (1, 2, 1) from the plane $x + 2y + 4z = 5$.

समतल $x + 2y + 4z = 5$ से बिन्दु P (1, 2, 1) की दूरी ज्ञात कीजिए।

4. Find the coordinates of the point of intersection of the line

$$\frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-3}{2} \text{ with the plane } 2x + 3y + 4z = 21.$$

समतल $2x + 3y + 4z = 21$ के साथ रेखा $\frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-3}{2}$

के प्रतिच्छेदन बिंदु के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।

5. Show that the distance between two points remains unaltered under translation of axes and rotation of axes.

दर्शाइए कि अक्षों के अनुवाद और अक्षों के घूर्णन के तहत दो बिंदुओं के बीच की दूरी अपरिवर्तित रहती है।

SECTION—B

खण्ड—ख

(Short Answer Type Questions)

(लघु उत्तरों वाले प्रश्न)

Note : Section 'B' contains eight (8) short answer type questions of Eight (8) marks each. Learners are required to answer any four (4) questions only. **4 × 8 = 32**

खण्ड (ख) में आठ (8) लघु उत्तरों वाले प्रश्न दिये गये हैं, प्रत्येक प्रश्न के लिए आठ (8) अंक निर्धारित हैं। शिक्षार्थियों को इनमें से केवल चार (4) प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

1. Find the polar coordinates of a point whose Cartesian coordinates are $(-2, 1, -2)$.

MT(N)-120/5

(3)

[P.T.O.]

उस बिंदु के ध्रुवीय निर्देशांक ज्ञात कीजिए जिसके कार्तीय निर्देशांक $(-2, 1, -2)$ हैं।

2. Find the equation of plane passes through the points $(1, 1, 1)$, $(1, 2, 1)$ and $(0, 2, 3)$.

बिन्दुओं $(1, 1, 1)$, $(1, 2, 1)$ तथा $(0, 2, 3)$ से गुजरने वाले समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए।

3. Find the equation of the sphere through the circle $x^2 + y^2 + z^2 = 9$, $x + 3y + 4z = 5$ and the point $(1, 2, 3)$.

वृत्त $x^2 + y^2 + z^2 = 9$, $x + 3y + 4z = 5$ और बिंदु $(1, 2, 3)$ से गुजरने वाले गोले का समीकरण ज्ञात कीजिए।

4. Find the angle between the planes $3x + 4y = 15$ and $2x + 6y + 6z = 9$.

समतलों $3x + 4y = 15$ और $2x + 6y + 6z = 9$ के बीच का कोण ज्ञात कीजिए।

5. Find the centre and radius of the sphere $4(x - 7)(x + 2) + 4(y - 4)(y + 9) + 4(z + 1)(z - 1) + 175 = 0$.

गोले $4(x - 7)(x + 2) + 4(y - 4)(y + 9) + 4(z + 1)(z - 1) + 175 = 0$ का केन्द्र और त्रिज्या ज्ञात कीजिए।

6. Find the equation of director sphere of the ellipsoid

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1.$$

दीर्घवृत्ताभ $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ के निर्देशांक गोले का समीकरण ज्ञात कीजिए।

7. Find the condition that the plane $lx + my + nz = p$ may touch the ellipsoid $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$.

वह समतल ज्ञात कीजिए जिसमें $lx + my + nz = p$ दीर्घवृत्ताकार $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ को स्पर्श कर सकता है।

8. Prove that every conic section is represented by an equation of the second degree in x and y .

सिद्ध कीजिए कि प्रत्येक शंकु परिच्छेद x और y में द्वितीय घात के समीकरण द्वारा निरूपित होता है।
