

Roll. No. :

MT (N)-101

First Semester Examination, 2024 (June)

[Calculus]

Time : 2 Hours]

[Maximum Marks : 70

Note : This paper is of seventy (70) marks divided into two (2) Sections 'A' and 'B'. Attempt the questions contained in these sections according to the detailed instructions given therein. Candidates should limit their answers to the questions on the given answer sheet. No additional (B) answer sheet will be issued.

यह प्रश्न पत्र सत्तर (70) अंकों का है जो दो (2) खण्डों (क) तथा (ख) में विभाजित है। प्रत्येक खण्ड में दिए गए विस्तृत निर्देशों के अनुसार ही प्रश्नों को हल करना है। परीक्षार्थी अपने प्रश्नों के उत्तर दी गई उत्तर-पुस्तिका तक ही सीमित रखें। कोई अतिरिक्त (बी) उत्तर पुस्तिका जारी नहीं की जायेगी।

SECTION—A

खण्ड—क

(Long Answer Type Questions)

(दीर्घ उत्तरों वाले प्रश्न)

MT(N)-101/4

(1)

[P.T.O.]

Note : Section 'A' contains five (5) long answer type questions of Nineteen (19) marks each. Learners are required to answer any two (2) questions only. **2 × 19 = 38**

खण्ड (क) में पाँच (5) दीर्घ उत्तरों वाले प्रश्न दिये गये हैं, प्रत्येक प्रश्न के लिए उन्नीस (19) अंक निर्धारित हैं। शिक्षार्थियों को इनमें से केवल दो (2) प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

1. State and prove the Rolle's theorem.

रोले प्रमेय को कथन सहित सिद्ध करें।

2. Find the volume of the sphere.

गोले का आयतन ज्ञात कीजिए।

$$x^2 + y^2 + z^2 = a^2$$

3. Show that :

सिद्ध करो कि— $B(m,n) = \int_0^1 \frac{x^{m-1} + x^{n-1}}{(1+x)^{m+n}} dx$

4. If $u = \log(x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz)$, show that

$$\left(\frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \right)^2 u = -\frac{9}{(x+y+z)^2}.$$

यदि $u = \log(x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz)$ तो सिद्ध करो कि

$$\left(\frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \right)^2 u = -\frac{9}{(x+y+z)^2}.$$

5. Find the n^{th} derivative of the function $y = \frac{1}{a^2 - x^2}$.

फलन $y = \frac{1}{a^2 - x^2}$ का n^{th} वाँ अवकलज ज्ञात कीजिए।

MT(N)-101/4

(2)

SECTION—B

खण्ड—ख

(Short Answer Type Questions)

(लघु उत्तरों वाले प्रश्न)

Note : Section 'B' contains eight (8) short answer type questions of Eight (8) marks each. Learners are required to answer any four (4) questions only. **4 × 8 = 32**

खण्ड (ख) में आठ (8) लघु उत्तरों वाले प्रश्न दिये गये हैं, प्रत्येक प्रश्न के लिए आठ (8) अंक निर्धारित हैं। शिक्षार्थियों को इनमें से केवल चार (4) प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

1. Prove that $\sqrt{8}$ is not a rational number?

सिद्ध करें कि $\sqrt{8}$ एक परिमेय संख्या नहीं है?

2. Test the continuity of the function $f(x)$ at $x = 1$ when

फलन $f(x)$ की संतता का परीक्षण $x = 1$ पर करें जबकि,

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2, & \text{if } x > 1 \\ 2x + 1, & \text{if } x = 1 \\ 3, & \text{if } x < 1 \end{cases}$$

3. Prove that the function $f(x) = |x| + |x - 1|$ is not differentiable at $x = 0$ and $x = 1$.

सिद्ध करें कि फलन $f(x) = |x| + |x - 1|$ बिंदु $x = 0$ और $x = 1$

पर अवकलनीय नहीं है।

4. Find the value of following :

निम्नलिखित का मान ज्ञात कीजिए—

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\sin x}$$

5. Expand $\sin x$ by Maclaurins theorem.

मैकलॉरिन प्रमेय द्वारा $\sin x$ का विस्तार करें।

6. Find the maximum and minimum value and point of the

function $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x$.

फलन $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x$ का अधिकतम और न्यूनतम मान और बिंदु ज्ञात करें।

7. Find the value of the following.

निम्नलिखित का मान ज्ञात कीजिए।

$$\int_0^{\pi/2} \log \tan x \, dx$$

8. Find the evolute of the ellipse.

दीर्घवृत्त का वृत्तांक ज्ञात कीजिए।

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$
