

Roll. No. :

MT (N)-102

Second Semester Examination, 2024 (June)

[Differential Equation]

Time : 2 Hours]

[Maximum Marks : 70

Note : This paper is of seventy (70) marks divided into two (2) Sections 'A' and 'B'. Attempt the questions contained in these sections according to the detailed instructions given therein. Candidates should limit their answers to the questions on the given answer sheet. No additional (B) answer sheet will be issued.

यह प्रश्न पत्र सत्तर (70) अंकों का है जो दो (2) खण्डों (क) तथा (ख) में विभाजित है। प्रत्येक खण्ड में दिए गए विस्तृत निर्देशों के अनुसार ही प्रश्नों को हल करना है। परीक्षार्थी अपने प्रश्नों के उत्तर दी गई उत्तर-पुस्तिका तक ही सीमित रखें। कोई अतिरिक्त (बी) उत्तर पुस्तिका जारी नहीं की जायेगी।

SECTION—A

खण्ड—क

(Long Answer Type Questions)

(दीर्घ उत्तरों वाले प्रश्न)

MT(N)-102/4

(1)

[P.T.O.]

Note : Section 'A' contains five (5) long answer type questions of Nineteen (19) marks each. Learners are required to answer any two (2) questions only. **2 × 19 = 38**

खण्ड (क) में पाँच (5) दीर्घ उत्तरों वाले प्रश्न दिये गये हैं, प्रत्येक प्रश्न के लिए उन्नीस (19) अंक निर्धारित हैं। शिक्षार्थियों को इनमें से केवल दो (2) प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

1. Solve the differential equation $(D^2 + 2D + 1)y = \cos^2 x$.

अवकल समीकरण $(D^2 + 2D + 1)y = \cos^2 x$ को हल कीजिए।

2. Solve हल कीजिए— $\frac{d^2y}{dx^2} - 4x \frac{dy}{dx} + (4x^2 - 1)y = 0$.

3. Find the complete solution of the following equation :

निम्नलिखित समीकरण का पूर्ण हल ज्ञात कीजिए—

$$x \frac{d^2y}{dx^2} - \left(2 - \frac{1}{x}\right) \frac{dy}{dx} + \left(1 - \frac{1}{x}\right) y = 0$$

4. Reduce $x^2 \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + y(2x + y) + \frac{dy}{dx} + y^2 = 0$ to Clairaut's

form.

$$x^2 \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + y(2x + y) + \frac{dy}{dx} + y^2 = 0, \text{ को क्लैरॉट के रूप में}$$

रेडूस कीजिए।

5. Prove that every Riccati Equation

सिद्ध कीजिए कि प्रत्येक रिकाटी समीकरण

$$y'' + a(x)y + b(x)y^2 + c(x) = 0.$$

SECTION—B

खण्ड—ख

(Short Answer Type Questions)

(लघु उत्तरों वाले प्रश्न)

Note : Section 'B' contains eight (8) short answer type questions of Eight (8) marks each. Learners are required to answer any four (4) questions only. **4 × 8 = 32**

खण्ड (ख) में आठ (8) लघु उत्तरों वाले प्रश्न दिये गये हैं, प्रत्येक प्रश्न के लिए आठ (8) अंक निर्धारित हैं। शिक्षार्थियों को इनमें से केवल चार (4) प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

1. Find the differential equation of the family of curves $y = e^x(A \cos x + B \sin x)$, where A and B are arbitrary constant.

वक्र—कुल $y = e^x(A \cos x + B \sin x)$ का अवकल समीकरण ज्ञात कीजिए, जहाँ A और B स्थिरांक हैं।

2. Solve (हल कीजिए)—

(a) $\frac{dy}{dx} = \sin(x + y) + \cos(x + y)$

(b) $\frac{dy}{dx} = \frac{x(2 \log x + 1)}{\sin y + y \cos y}$

3. Find the orthogonal trajectories of family of curves $y = ax^2$, where 'a' being parameter.

$y = ax^2$, समूह के वक्रों की लंबकोणीय संछेदियों को ज्ञात कीजिए, जहाँ a पैरामीटर है।

4. Solve (हल कीजिए)–

$$(x^2 + y^2 + x)dx + xy dy = 0$$

5. Solve (हल कीजिए)–

(a) $(D^3 + D^2 - D - 1)y = 0$

(b) $\frac{d^4x}{dt^2} + 4x = 0$

6. Find the Singular Solution of the following equation.

निम्नलिखित समीकरण का अद्वितीय हल ज्ञात कीजिए।

$$1 + (y')^2 = \frac{1}{y^2}$$

7. Solve (हल कीजिए)–

$$p^2 + 2py \cot x - y^2 = 0$$

8. Find all the solutions of Riccati equation $y' - y^2 - 1 = 0$.

रिकाटी समीकरण $y' - y^2 - 1 = 0$ के सभी हल ज्ञात कीजिए।
