

**A-1029**

Total Pages : 7

Roll No. ....

**MT-08**

**Bachelor of Science (BSC)**

**(Complex Analysis)**

**समिश्र विश्लेषण**

Examination, 2026 (Feb.)

Time : 2:00 Hrs.

Max. Marks : 35

**Note :-** This paper is of Thirty five (35) marks divided into two (02) Sections 'A' and 'B'. Attempt the questions contained in these Sections according to the detailed instructions given there in. *Candidates should limit their answers to the questions on the given answer sheet. No additional (B) answer sheet will be issued.*

यह प्रश्न-पत्र पैंतीस (35) अंकों का है, जो दो (02) खण्डों 'क' तथा 'ख' में विभाजित है। प्रत्येक खण्ड में दिए गए विस्तृत निर्देशों के अनुसार ही प्रश्नों को हल करना है। **परीक्षार्थी अपने प्रश्नों के उत्तर दी गई उत्तर-पुस्तिका तक ही सीमित रखें। कोई अतिरिक्त (बी) उत्तर-पुस्तिका जारी नहीं की जायेगी।**

**A-1029**

( 1 )

P.T.O.

## Section–A

(खण्ड–क)

### Long Answer Type Questions

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

$$2 \times 9\frac{1}{2} = 19$$

**Note** :- Section 'A' contains Five (05) Long-answer type questions of Nine and Half ( $9\frac{1}{2}$ ) marks each. Learners are required to answer any *two* (02) questions only.

खण्ड 'क' में पाँच (05) दीर्घ उत्तरीय प्रश्न दिये गये हैं, प्रत्येक प्रश्न के लिए साढ़े नौ ( $9\frac{1}{2}$ ) अंक निर्धारित हैं। शिक्षार्थियों को इनमें से केवल दो (02) प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

1. Express the following complex numbers in polar form.

(a)  $2 + 2\sqrt{3}i$

(b)  $-5 + 5i$

(c)  $3i$

निम्न सम्मिश्र संख्याओं को ध्रुवीय रूप में व्यक्त कीजिए :

(अ)  $2 + 2\sqrt{3}i$

(ब)  $-5 + 5i$

(स)  $3i$

2. Using the theorems on limits, find the following :

(a)  $\lim_{z \rightarrow 1+i} (z^2 - 5z + 10)$

(b)  $\lim_{z \rightarrow 2i} \frac{(2z+3)(z-1)}{z^2 - 2z + 4}$

सीमाओं पर प्रमेयों की सहायता से निम्न को ज्ञात कीजिए :

(अ)  $\lim_{z \rightarrow 1+i} (z^2 - 5z + 10)$

(ब)  $\lim_{z \rightarrow 2i} \frac{(2z+3)(z-1)}{z^2 - 2z + 4}$

3. Show that under the transformation  $z = \frac{1-w}{1+w}$ , the upper half-plane of the  $w$ -plane ( $v > 0$ ) corresponds to the circle  $|z| < 1$  in the  $z$ -plane.

प्रदर्शित कीजिए कि रूपान्तरण  $z = \frac{1-w}{1+w}$ , के अंतर्गत  $w$ -समतल

का धन अर्धतल ( $v > 0$ ) के समवर्ती  $z$ -समतल में वृत्त  $|z| < 1$  है।

4. State and prove Cauchy-Goursat theorem.

कोशी-गूर्सा प्रमेय का कथन कीजिए और सिद्ध कीजिए।

5. Prove that :

$$\int_0^{\infty} \frac{x^2}{(x^2+1)} dx = \frac{\pi}{4}$$

सिद्ध कीजिए :

$$\int_0^{\infty} \frac{x^2}{(x^2+1)} dx = \frac{\pi}{4}$$

### Section-B

(खण्ड-ख)

#### Short Answer Type Questions

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

4×4=16

**Note** :- Section 'B' contains Eight (08) Short-answer type questions of Four (04) marks each. Learners are required to answer any *four* (04) questions only.

खण्ड 'ख' में आठ (08) लघु उत्तरीय प्रश्न दिये गये हैं, प्रत्येक प्रश्न के लिए चार (04) अंक निर्धारित हैं। शिक्षार्थियों को इनमें से केवल चार (04) प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

1. Define the following :

- Open disc
- Disconnected set

परिभाषित कीजिए :

(a) विवृत डिस्क

(b) असंबद्ध समुच्चय

2. Prove that the function  $u = \cos x \cosh y$  is harmonic and find its harmonic conjugate.

सिद्ध कीजिए कि फलन  $u = \cos x \cosh y$  प्रसवादी है तथा इसका प्रसवादी संगयुग्मी ज्ञात कीजिए।

3. Prove that the series  $e^z = 1 + z + \frac{z^2}{2!} + \dots$  is absolutely and uniformly convergent.

सिद्ध करो की श्रेणी  $e^z = 1 + z + \frac{z^2}{2!} + \dots$  निरपेक्ष तथा समान अभिसारी है।

4. Find the bilinear transformation that maps the points  $z = 0, i, \infty$  onto  $w = \infty, i, 0$  respectively.

वह द्विरैखिक रूपांतरण ज्ञात कीजिए जो बिंदुओं  $z = 0, i, \infty$  को  $w = \infty, i, 0$  में प्रति चित्रित करें।

5. Show that under the transformation  $w = z^2$ , the circle  $|z - a| = b$  ( $a, b \in \mathbb{R}$ ), in the  $z$ -plane corresponds to a limaçon in the  $w$ -plane.

प्रदर्शित कीजिए की रूपान्तरण  $w = z^2$  अंतर्गत  $z$ -समतल में वृत्त  $|z - a| = b$  ( $a, b \in \mathbb{R}$ ),  $w$ -समतल में लिमेन्सा के समवर्ती है।

6. Find the value of :

$$\oint_C \frac{e^{3z}}{z - \pi i} dz$$

मान ज्ञात कीजिए :

$$\oint_C \frac{e^{3z}}{z - \pi i} dz$$

7. Define the following with example :

(a) Removable singularity

(b) Pole

निम्नलिखित की परिभाषा उदाहरण सहित कीजिए :

(अ) अपनेय विचित्रता

(अ) अनंतक

8. Expand the analytic function  $f(z) = \frac{1}{z^2 - 3z + 2}$  in the following region :

(i)  $|z| < 1$

(ii)  $|z| > 2$

निम्न क्षेत्र में वैध फलन  $f(z) = \frac{1}{z^2 - 3z + 2}$  का प्रसार करो :

(i)  $|z| < 1$

(ii)  $|z| > 2$

\*\*\*\*\*