

A-1023

Total Pages : 7

Roll No.

MT-02

Bachelor of Science (BSC)
(Calculus and Differential Equation)

कलन एवं अवकलन समीकरण

Examination, 2026 (Feb.)

Time : 2:00 Hrs.

Max. Marks : 35

Note :- This paper is of Thirty five (35) marks divided into two (02) Sections 'A' and 'B'. Attempt the questions contained in these Sections according to the detailed instructions given there in. *Candidates should limit their answers to the questions on the given answer sheet. No additional (B) answer sheet will be issued.*

यह प्रश्न-पत्र पैंतीस (35) अंकों का है, जो दो (02) खण्डों 'क' तथा 'ख' में विभाजित है। प्रत्येक खण्ड में दिए गए विस्तृत निर्देशों के अनुसार ही प्रश्नों को हल करना है। **परीक्षार्थी अपने प्रश्नों के उत्तर दी गई उत्तर-पुस्तिका तक ही सीमित रखें। कोई अतिरिक्त (बी) उत्तर-पुस्तिका जारी नहीं की जायेगी।**

A-1023

(1)

P.T.O.

Section–A

(खण्ड–क)

Long Answer Type Questions

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

$2 \times 9\frac{1}{2} = 19$

Note :- Section ‘A’ contains Five (05) Long-answer type questions of Nine and Half ($9\frac{1}{2}$) marks each. Learners are required to answer any *two* (02) questions only.

खण्ड ‘क’ में पाँच (05) दीर्घ उत्तरीय प्रश्न दिये गये हैं, प्रत्येक प्रश्न के लिए साढ़े नौ ($9\frac{1}{2}$) अंक निर्धारित हैं। शिक्षार्थियों को इनमें से केवल दो (02) प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

1. (a) Determine if the series $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{2^n - 1}{3^n} \right)$ converges or diverges.

दर्शाइए कि श्रृंखला $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{2^n - 1}{3^n} \right)$ अभिसारित है या अपसारित।

- (b) Test the convergence of series :

$$\frac{1}{1.2.3} + \frac{3}{2.3.4} + \frac{5}{3.4.5} + \dots \infty$$

निम्न श्रृंखला की अभिसरणता का परीक्षण कीजिए :

$$\frac{1}{1.2.3} + \frac{3}{2.3.4} + \frac{5}{3.4.5} + \dots \infty$$

2. Prove that :

$$\Gamma(n)\Gamma(1-n) = \frac{\pi}{\sin n\pi}$$

सिद्ध कीजिए :

$$\Gamma(n)\Gamma(1-n) = \frac{\pi}{\sin n\pi}$$

3. Find the pedal equation for the curve $\frac{2a}{r} = 1 - \cos \theta$.

वक्र $\frac{2a}{r} = 1 - \cos \theta$ का पेडल समीकरण ज्ञात कीजिए।

Or

(अथवा)

If $u = \log(x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz)$, show that :

$$\left(\frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \right)^2 u = -\frac{9}{(x+y+z)^2}$$

यदि $u = \log(x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz)$, दर्शाइए कि :

$$\left(\frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \right)^2 u = -\frac{9}{(x+y+z)^2}$$

4. The cardioid $r = a(1 + \cos \theta)$ revolves about the initial line. Find the volume of the solid thus generated.

कार्डियोइड $r = a(1 + \cos \theta)$ अपनी आरंभिक रेखा के चारों ओर घूमती है। इस प्रकार उत्पन्न ठोस का आयतन ज्ञात कीजिए।

5. (a) Evaluate :

$$\int_{y=0}^3 \int_{x=0}^2 \int_{z=0}^1 (x + y + z) dz dx dy$$

मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_{y=0}^3 \int_{x=0}^2 \int_{z=0}^1 (x + y + z) dz dx dy$$

- (b) Show that :

$$\int_0^1 \int_0^{\sqrt{1+x^2}} \frac{1}{1+x^2+y^2} dx dy = \frac{\pi}{4} \log(1+\sqrt{2})$$

दर्शाइए कि :

$$\int_0^1 \int_0^{\sqrt{1+x^2}} \frac{1}{1+x^2+y^2} dx dy = \frac{\pi}{4} \log(1+\sqrt{2})$$

Section-B

(खण्ड-ख)

Short Answer Type Questions

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

4×4=16

Note :- Section 'B' contains Eight (08) Short-answer type questions of Four (04) marks each. Learners are required to answer any *four* (04) questions only.

खण्ड 'ख' में आठ (08) लघु उत्तरीय प्रश्न दिये गये हैं, प्रत्येक प्रश्न के लिए चार (04) अंक निर्धारित हैं। शिक्षार्थियों को इनमें से केवल चार (04) प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

1. Find the length of the arc of the parabola $y^2 = 4ax$ extending from the vertex to an extremity of the latus rectum.

परवलय $y^2 = 4ax$ की उस चाप की लम्बाई ज्ञात कीजिए जो शीर्ष से लेकर लैटस रेक्टम के एक छोर तक फैली हुई है।

2. Write a short note on the following :

(a) Curvature

(b) Envelop

निम्नलिखित पर टिप्पणी लिखिए :

(अ) वक्रता

(ब) एन्वेलप

3. If $u = \log \left\{ \frac{x^2 + y^2}{x + y} \right\}$, then prove that :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 u}{\partial y \partial x}$$

यदि $u = \log \left\{ \frac{x^2 + y^2}{x + y} \right\}$, सिद्ध कीजिए कि :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 u}{\partial y \partial x}$$

4. Find the maximum and minimum values of $f(x) = 2x^3 - 15x^2 + 36x + 10$.

$f(x) = 2x^3 - 15x^2 + 36x + 10$ के लिए अधिकतम और न्यूनतम मान ज्ञात कीजिए।

5. Find the area bounded by the ellipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, the ordinates $x = c$, $x = d$ and x -axis.

दीर्घवृत्त $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ अभिलम्ब $x = c$, $x = d$ तथा x -अक्ष से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

6. Trace the curve $r = a(1 - \cos \theta)$, $a > 0$.

वक्र $r = a(1 - \cos \theta)$, $a > 0$ का अनुरेखण कीजिए।

7. Solve :

$$(1 + y^2)dx = (\tan^{-1}y - x)dy$$

हल कीजिए :

$$(1 + y^2)dx = (\tan^{-1}y - x)dy$$

8. Find the asymptotes of the curve $x^3 + y^3 - 3axy = 0$.

वक्र $x^3 + y^3 - 3axy = 0$ के स्पर्शोन्मुख रेखायें ज्ञात कीजिए।
