A-0618

Total Pages : 6 **Roll No. ....**

MT-02

Bachelor of Science(BSC)

(Calculus and Differential Equation)

(कलन एवं अवकलन समीकरण)

1st Year Examination, Session December 2024

Time : 2:00 Hrs. Max. Marks : 35

Note* :–** This paper is of Thirty Five (35) marks divided into Two (02) Sections 'A' and 'B'. Attempt the questions contained in these Sections according to the detailed instructions given therein. ***Candidates should limit their answers to the questions on the given answer sheet. No additional (B) answer sheet will be issued.

नोट* :-** यह प्रश्न–पत्र पैंतीस (35) अंकों का है, जो दो (02) खण्डों 'क' तथा 'ख' में विभाजित है। प्रत्येक खण्ड में दिए गए विस्तृत निर्देशों के अनुसार ही प्रश्नों को हल करना है। ***परीक्षार्थी अपने प्रश्नों के उत्तर दी गई उत्तर–पुस्तिका तक ही सीमित रखें। कोई अतिरिक्त (बी) उत्तर–पुस्तिका जारी नहीं की जायेगी।

Section–A

(खण्ड–क)

Long Answer Type Questions

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न) $2 \times 9\frac{1}{2} = 19$

***Note* :–** Section 'A' contains Five (05) Long-answer type questions of Nine and Half (9½) marks each. Learners are required to answer any *two* (02) questions only.

***नोट* :-** खण्ड 'क' में पाँच (05) दीर्घ उत्तरीय प्रश्न दिये गये हैं, प्रत्येक प्रश्न के लिए साढ़े नौ (9½) अंक निर्धारित हैं। शिक्षार्थियों को इनमें से केवल **दो** (02) प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

1. State and Prove Taylor's theorem with Cauchy's form of remainder.

   कॉसी के शेषफल रूप के साथ टेलर के प्रमेय को बताइए और सिद्ध भी कीजिए।

2. Determine the pedal equation of a curve whose Cartesian equation is given.

   वक्र का पेडल समीकरण ज्ञात कीजिए जिसका कार्टेशियन समीकरण दिया गया हो।

3. Find the local maxima and local minima points of the function $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x$.

फंक्शन $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x$ के स्थानीय अधिकतम और स्थानीय न्यूनतम बिन्दु ज्ञात कीजिए।

4. To prove :

(i) $(n)!\,(1-n)! = \dfrac{\pi}{\sin n\pi}$

(ii) $\left(\dfrac{1}{2}\right)! = \sqrt{\pi}$

सिद्ध कीजिए :

(i) $(n)!\,(1-n)! = \dfrac{\pi}{\sin n\pi}$

(ii) $\left(\dfrac{1}{2}\right)! = \sqrt{\pi}$

5. Evaluate :

$$\iint_R xy(x+y)\,dx\,dy$$

over the area between the parabola $y = x^2$ and the line $y = x$.

परवलय $y = x^2$ तथा रेखा $y = x$ के बीच के क्षेत्र पर

$$\iint_R xy(x+y)\,dx\,dy$$

का मान ज्ञात कीजिए।

Section–B

(खण्ड–ख)

Short Answer Type Questions

(लघु उत्तरीय प्रश्न) 4×4=16

***Note* :–** Section ‘B’ contains Eight (08) Short-answer type questions of Four (04) marks each. Learners are required to answer any *four* (04) questions only.

नोट :- खण्ड ‘ख’ में आठ (08) लघु उत्तरीय प्रश्न दिये गये हैं, प्रत्येक प्रश्न के लिए चार (04) अंक निर्धारित हैं। शिक्षार्थियों को इनमें से केवल **चार** (04) प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

1. Show that the series

$$1+\frac{1}{2!}+\frac{1}{3!}+\frac{1}{4!}+........$$

is convergent.

दिखाइए कि शृंखला :

$$1+\frac{1}{2!}+\frac{1}{3!}+\frac{1}{4!}+........$$

अभिसारित है।

2. If $u=\left(\frac{x^2+y^2}{x+y}\right)$, prove that :

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x}-\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2=4\left(1-\frac{\partial u}{\partial x}-\frac{\partial u}{\partial y}\right)$$

यदि $u = \left(\frac{x^2 + y^2}{x + y} \right)$ हो , तो सिद्ध कीजिए :

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 = 4\left(1 - \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right)$$

3. Write a short note on the followings :

(a) Asymptotes

(b) Envelop

निम्नलिखित पर एक संक्षिप्त टिप्पणी लिखिए :

(अ) स्पर्शोन्मुख

(ब) एनवेलप

4. By using definite integral calculate the area of the triangle formed by the lines $x = 1$, $y = 1$ and $x + y = 5$.

निश्चित समाकलन का प्रयोग करके रेखाओं $x = 1$, $y = 1$ और $x + y = 5$ से बने त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

5. Solve :

$$\frac{dx}{yz} = \frac{dy}{zx} = \frac{dz}{xy}$$

हल कीजिए :

$$\frac{dx}{yz} = \frac{dy}{zx} = \frac{dz}{xy}$$

6. Trace the curve $r = a(1 - \cos \theta)$.

वक्र $r = a(1 - \cos \theta)$ का अनुरेखण कीजिए।

7. Evaluate :

$$\int_1^2 \int_0^{3y} y \, dy \, dx$$

मान निकालिए :

$$\int_1^2 \int_0^{3y} y \, dy \, dx$$

8. Evaluate :

$$\int_0^1 \int_{y^2}^1 \int_0^{1-x} x \, dy \, dx \, dz$$

मान निकालिए :

$$\int_0^1 \int_{y^2}^1 \int_0^{1-x} x \, dy \, dx \, dz$$

****