

A-0624

Total Pages : 6

Roll No.

MT-08

Bachelor of Science (BSC)

(Complex Analysis)

(समिश्र विश्लेषण)

3rd Year Examination, Session December 2024

Time : 2:00 Hrs.

Max. Marks : 35

Note :- This paper is of Thirty Five (35) marks divided into Two (02) Sections 'A' and 'B'. Attempt the questions contained in these Sections according to the detailed instructions given therein. *Candidates should limit their answers to the questions on the given answer sheet. No additional (B) answer sheet will be issued.*

नोट :- यह प्रश्न-पत्र पैंतीस (35) अंकों का है, जो दो (02) खण्डों 'क' तथा 'ख' में विभाजित है। प्रत्येक खण्ड में दिए गए विस्तृत निर्देशों के अनुसार ही प्रश्नों को हल करना है। *परीक्षार्थी अपने प्रश्नों के उत्तर दी गई उत्तर-पुस्तिका तक ही सीमित रखें। कोई अतिरिक्त (बी) उत्तर-पुस्तिका जारी नहीं की जायेगी।*

Section–A

(खण्ड–क)

Long Answer Type Questions

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

$$2 \times 9\frac{1}{2} = 19$$

Note :— Section ‘A’ contains Five (05) Long-answer type questions of Nine and Half ($9\frac{1}{2}$) marks each. Learners are required to answer any two (02) questions only.

नोट :— खण्ड ‘क’ में पाँच (05) दीर्घ उत्तरीय प्रश्न दिये गये हैं, प्रत्येक प्रश्न के लिए साढ़े नौ ($9\frac{1}{2}$) अंक निर्धारित हैं। शिक्षार्थियों को इनमें से केवल दो (02) प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

1. Define the complex plane and explain its geometric representation.

जटिल समतल को परिभाषित कीजिए तथा इसके ज्यामितीय निरूपण की व्याख्या कीजिए।

2. Prove the Cauchy integral formula.

कॉची इंटीग्रल सूत्र सिद्ध कीजिए।

3. Prove that the power series :

$$1 + \frac{a.b}{1.c}z + \frac{a(a+1)b(b+1)}{1.2.c.(c+1)}z^2 + \dots$$

has unit radius of convergent.

सिद्ध कीजिए कि घात श्रेणी :

$$1 + \frac{a.b}{1.c}z + \frac{a(a+1)b(b+1)}{1.2.c.(c+1)}z^2 + \dots$$

की इकाई त्रिज्या अभिसारी है।

4. Show that the bilinear transformation can be expressed as a product of translation, rotation, magnification or contraction and inversion.

दर्शाए कि द्विरेखीय रूपांतरण को स्थानान्तरण, घूर्णन, आवर्धन या संकुचन और व्युत्क्रमण के गुणनफल के रूप में व्यक्त किया जा सकता है।

5. Show that the map $f(z) = z^n$ is conformal at all points except at $z = 0$.

दर्शाए कि मानचित्र $f(z) = z^n$, $z = 0$ को छोड़कर सभी बिन्दुओं पर अनुरूप है।

Section-B

(खण्ड-ख)

Short Answer Type Questions

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

4×4=16

Note :- Section 'B' contains Eight (08) Short-answer type questions of Four (04) marks each. Learners are required to answer any *four* (04) questions only.

नोट :- खण्ड 'ख' में आठ (08) लघु उत्तरीय प्रश्न दिये गये हैं, प्रत्येक प्रश्न के लिए चार (04) अंक निर्धारित हैं। शिक्षार्थियों को इनमें से केवल चार (04) प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

1. If $f(z) = z^2$, prove that :

$$\lim_{z \rightarrow 0} f(z) = z^2$$

यदि $f(z) = z^2$, तो सिद्ध कीजिए कि :

$$\lim_{z \rightarrow 0} f(z) = z^2$$

2. Find the analytic function $f(z) = u + iv$ of which the real part $u = e^x(x \cos y - y \sin y)$.

विश्लेषणात्मक फलन $f(z) = u + iv$ ज्ञात कीजिए जिसका वास्तविक भाग $u = e^x(x \cos y - y \sin y)$ है।

3. To prove that :

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} = \frac{4\partial^2}{\partial z \partial \bar{z}}$$

सिद्ध कीजिए :

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} = \frac{4\partial^2}{\partial z \partial \bar{z}}$$

4. Evaluate the integral :

$$\int_0^{1+i} z^2 dz$$

समाकल $\int_0^{1+i} z^2 dz$ का मूल्यांकन कीजिए।

5. Find the residue of $\frac{1}{(z^2+1)^3}$ at $z = i$.

$z = i$ पर $\frac{1}{(z^2+1)^3}$ का अवशेष ज्ञात कीजिए।

6. Expand $\frac{1}{z^2-3z+2}$ for $1 < |z| < 2$ and $|z| > 2$.

$1 < |z| < 2$ और $|z| > 2$ के लिए $\frac{1}{z^2-3z+2}$ का विस्तार

कीजिए।

7. Find zeros and poles of $\left(\frac{z+1}{z^2+1}\right)^2$.

$\left(\frac{z+1}{z^2+1}\right)^2$ के शून्य और ध्रुव ज्ञात कीजिए।

8. Using the principle of argument, evaluate the contour integral :

$$\int_C \frac{1}{z^2 + 2z + 2}$$

where C is a contour enclosing the roots of $z^2 + 2z + 2 = 0$.

तर्क के सिद्धान्त का उपयोग करते हुए, समोच्च समाकलन :

$$\int_C \frac{1}{z^2 + 2z + 2}$$

का मूल्यांकन कीजिए। जहाँ C एक समोच्च है जो $z^2 + 2z + 2 = 0$ की रूट्स को घेरता है।
