

A-0622

Total Pages : 9

Roll No.

MT-06

Bachelor of Science (BSC)

(Numerical Analysis and Vector Calculus)

(संख्यात्मक विश्लेषण एवं सदिश कलन)

2nd Year Examination, Session December 2024

Time : 2:00 Hrs.

Max. Marks : 35

Note :- This paper is of Thirty Five (35) marks divided into Two (02) Sections 'A' and 'B'. Attempt the questions contained in these Sections according to the detailed instructions given therein. *Candidates should limit their answers to the questions on the given answer sheet. No additional (B) answer sheet will be issued.*

नोट :- यह प्रश्न-पत्र पैंतीस (35) अंकों का है, जो दो (02) खण्डों 'क' तथा 'ख' में विभाजित है। प्रत्येक खण्ड में दिए गए विस्तृत निर्देशों के अनुसार ही प्रश्नों को हल करना है। *परीक्षार्थी अपने प्रश्नों के उत्तर दी गई उत्तर-पुस्तिका तक ही सीमित रखें। कोई अतिरिक्त (बी) उत्तर-पुस्तिका जारी नहीं की जायेगी।*

Section-A

(खण्ड-क)

Long Answer Type Questions

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

$2 \times 9\frac{1}{2} = 19$

Note :- Section 'A' contains Five (05) Long-answer type questions of Nine and Half ($9\frac{1}{2}$) marks each. Learners are required to answer any two (02) questions only.

नोट :- खण्ड 'क' में पाँच (05) दीर्घ उत्तरीय प्रश्न दिये गये हैं, प्रत्येक प्रश्न के लिए साढ़े नौ ($9\frac{1}{2}$) अंक निर्धारित हैं। शिक्षार्थियों को इनमें से केवल दो (02) प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

1. With the help of following data find the value of y at $x = 23$:

X	Y
10	1
20	8
30	27
40	64
50	125
60	216
70	343
80	512

निम्नलिखित आँकड़ों की सहायता से $x = 23$ पर y का मान ज्ञात कीजिए :

X	Y
10	1
20	8
30	27
40	64
50	125
60	216
70	343
80	512

2. Find the value of x for $f(x)=13.6$ from the following table using inverse interpolation of Lagrange formula :

X	Y
30	15.9
35	14.9
40	14.1
45	13.3
50	12.5

प्रतिलोम अंतर्वेशन के लेग्रांज सूत्र के प्रयोग द्वारा निम्नलिखित सारणी से $f(x)=13.6$ के लिए x का मान ज्ञात कीजिए :

X	Y
30	15.9
35	14.9
40	14.1
45	13.3
50	12.5

3. Find the value of the following integral by the following methods :

- (i) Simpson's one third rule
- (ii) Simpson's 3/8 rule
- (iii) Weddle rule

$$\int_0^6 \frac{dx}{1+x^2}$$

निम्नलिखित समाकल का मान निम्न विधियों से ज्ञात कीजिए :

- (i) सिम्पसन का एक तिहाई नियम
- (ii) सिम्पसन का 3/8 नियम
- (iii) वैडल नियम

$$\int_0^6 \frac{dx}{1+x^2}$$

4. Prove that :

$$\nabla^2 \left(\frac{x}{r^3} \right) = 0$$

सिद्ध कीजिए :

$$\nabla^2 \left(\frac{x}{r^3} \right) = 0$$

5. Find the value of the line integral :

$$\int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

where $\vec{F} = \frac{y\hat{i} - x\hat{j}}{x^2 + y^2}$ and C is the square formed by the

lines $x = \pm 1$ and $y = \pm 1$.

रेखा समाकलन रू

$$\int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

का मान ज्ञात कीजिए जहाँ $\vec{F} = \frac{y\hat{i} - x\hat{j}}{x^2 + y^2}$ तथा C रेखाओं $x = \pm$

1 एवं $y = \pm 1$ द्वारा बना वर्ग है।

Section-B

(खण्ड-ख)

Short Answer Type Questions

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

4×4=16

Note :- Section 'B' contains Eight (08) Short-answer type questions of Four (04) marks each. Learners are required to answer any *four* (04) questions only.

नोट :- खण्ड 'ख' में आठ (08) लघु उत्तरीय प्रश्न दिये गये हैं, प्रत्येक प्रश्न के लिए चार (04) अंक निर्धारित हैं। शिक्षार्थियों को इनमें से केवल चार (04) प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

1. Prove that :

$$u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n = {}^{n+1}C_1 u_0 + {}^{n+1}C_2 \Delta u_0 \\ + {}^{n+1}C_3 \Delta^2 u_0 + \dots + \Delta^n u_0$$

सिद्ध कीजिए :

$$u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n = {}^{n+1}C_1 u_0 + {}^{n+1}C_2 \Delta u_0 \\ + {}^{n+1}C_3 \Delta^2 u_0 + \dots + \Delta^n u_0$$

2. Prove that :

$$(a) \quad \delta \equiv E^{-1/2} \Delta \equiv \Delta E^{-1/2}$$

$$(b) \quad \mu + \frac{\delta}{2} \equiv E^{\frac{1}{2}}$$

सिद्ध कीजिए :

$$(अ) \delta \equiv E^{-1/2} \Delta \equiv \Delta E^{-1/2}$$

$$(ब) \mu + \frac{\delta}{2} \equiv E^{\frac{1}{2}}$$

3. Prove that :

$$y' = \frac{1}{h} [\Delta y - \frac{1}{2} \Delta^2 y + \frac{1}{3} \Delta^3 y - \frac{1}{4} \Delta^4 y + \dots]$$

and

$$y'' = \frac{1}{h^2} [\Delta^2 y + \Delta^3 y + \frac{11}{12} \Delta^4 y + \dots]$$

सिद्ध कीजिए :

$$y' = \frac{1}{h} [\Delta y - \frac{1}{2} \Delta^2 y + \frac{1}{3} \Delta^3 y - \frac{1}{4} \Delta^4 y + \dots]$$

और

$$y'' = \frac{1}{h^2} [\Delta^2 y + \Delta^3 y + \frac{11}{12} \Delta^4 y + \dots]$$

4. Find the unknown value of y in the following table :

X	Y
0	1
1	3
2	9
3	?
4	81

निम्नलिखित सारणी में y का अज्ञात मान ज्ञात कीजिए :

X	Y
0	1
1	3
2	9
3	?
4	81

5. Find the real root of the equation $x^3 - 3x - 5 = 0$ up to four decimal places by Newton Raphson method.

न्यूटन रेफसन विधि द्वारा समीकरण $x^3 - 3x - 5 = 0$ का वास्तविक मूल चार दशमलव स्थानों तक ज्ञात कीजिए।

6. Find the solution of the following equations by Gauss elimination method :

$$x + 2y + 3z = -4$$

$$3x + y - 2z = 11$$

$$2x - y + z = 3$$

निम्नलिखित समीकरणों का गॉस विलोपन विधि द्वारा हल ज्ञात कीजिए :

$$x + 2y + 3z = -4$$

$$3x + y - 2z = 11$$

$$2x - y + z = 3$$

7. Find the solution of the following differential equation by Picard's method :

$$\frac{dy}{dx} = -1 - 2xy, y(0) = 0$$

पिकार्ड की विधि द्वारा निम्न अवकल समीकरण का हल ज्ञात कीजिए :

$$\frac{dy}{dx} = -1 - 2xy, y(0) = 0$$

8. If $\vec{a} = t^2 \hat{i} - t \hat{j} + (2t+1) \hat{k}$ and $\vec{b} = 2t \hat{i} - \hat{j} - t \hat{k}$, then find the value of :

$$\frac{d}{dt}(\vec{a} \cdot \vec{b}) \text{ and } \frac{d}{dt}(\vec{a} \times \vec{b})$$

यदि $\vec{a} = t^2 \hat{i} - t \hat{j} + (2t+1) \hat{k}$ और $\vec{b} = 2t \hat{i} - \hat{j} - t \hat{k}$ हो, तो निम्नलिखित का मान ज्ञात कीजिए :

$$\frac{d}{dt}(\vec{a} \cdot \vec{b}) \text{ और } \frac{d}{dt}(\vec{a} \times \vec{b})$$
