

A-1096

Total Pages : 6

Roll No.

MT (N)-101

(Calculus)

1st Semester Examination, Session December 2024

Time : 2:00 Hrs.

Max. Marks : 70

Note :- This paper is of Seventy (70) marks divided into Two (02) Sections 'A' and 'B'. Attempt the questions contained in these Sections according to the detailed instructions given therein.
Candidates should limit their answers to the questions on the given answer sheet. No additional (B) answer sheet will be issued.

नोट :- यह प्रश्न-पत्र सत्तर (70) अंकों का है, जो दो (02) खण्डों 'क' तथा 'ख' में विभाजित है। प्रत्येक खण्ड में दिए गए विस्तृत निर्देशों के अनुसार ही प्रश्नों को हल करना है। ***परीक्षार्थी अपने प्रश्नों के उत्तर दी गई उत्तर-पुस्तिका तक ही सीमित रखें। कोई अतिरिक्त (बी) उत्तर-पुस्तिका जारी नहीं की जायेगी।***

Section-A

(खण्ड-क)

Long Answer Type Questions

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

2×19=38

Note :- Section 'A' contains Five (05) Long-answer type questions of Nineteen (19) marks each. Learners are required to answer any two (02) questions only.

नोट :- खण्ड 'क' में पाँच (05) दीर्घ उत्तरीय प्रश्न दिये गये हैं, प्रत्येक प्रश्न के लिए उन्नीस (19) अंक निर्धारित हैं। शिक्षार्थियों को इनमें से केवल दो (02) प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

1. Show that there is no rational number whose square is 2.

दिखाएँ कि ऐसी कोई परिमेय संख्य नहीं है जिसका वर्ग 2 हो।

2. The limit of product is equal to the product of limits.
उत्पाद की सीमा सीमा के उत्पाद के बराबर होती है।

3. A polynomial function is always a continuous function.

एक बहुपद फलन सदैव एक सतत फलन होता है।

4. Expand e^{ax+b} by using Maclaurin's Theorem upto the third term.

मैकलॉरिन के प्रमेय का उपयोग करके e^{ax+b} का विस्तार तीसरे पद तक करें।

5. Find the volume of the solid generated by the revolution of the ellipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ about the y axis.

दीर्घवृत्त $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ की परिक्रमा से उत्पन्न मृदा का आयतन y अक्ष के परितः ज्ञात कीजिए।

Section-B

(खण्ड-ख)

Short Answer Type Questions

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

4×8=32

Note :- Section 'B' contains Eight (08) Short-answer type questions of Eight (08) marks each. Learners are required to answer any *four* (04) questions only.

नोट :- खण्ड 'ख' में आठ (08) लघु उत्तरीय प्रश्न दिये गये हैं, प्रत्येक प्रश्न के लिए आठ (08) अंक निर्धारित हैं। शिक्षार्थियों को इनमें से केवल चार (04) प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

1. Find the surface area of a sphere of radius a .

त्रिज्या a वाले गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

2. Show that :

$$B(m, n) = \int_0^1 \frac{x^{m-1} + x^{n-1}}{(1+x)^{m+n}} dx$$

दिखाएँ कि :

$$B(m, n) = \int_0^1 \frac{x^{m-1} + x^{n-1}}{(1+x)^{m+n}} dx$$

3. If $u = (x^2 + y^2 + z^2)^{-1/2}$, prove that :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0$$

Laplace Equation.

यदि $u = (x^2 + y^2 + z^2)^{-1/2}$, है, तो दिखाएँ कि :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0$$

लाप्लास समीकरण।

4. Verify Euler's theorem for the function :

$$u = \sin^{-1} \frac{x}{y} + \tan^{-1} \frac{y}{x}$$

फलन $u = \sin^{-1} \frac{x}{y} + \tan^{-1} \frac{y}{x}$ के लिए यूलर के प्रमेय को सत्यापित कीजिए।

5. Let $x(u, v) = u^2 - v^2$, $y(u, v) = 2uv$. Therefore, find the Jacobian $J(u, v)$.

यदि $x(u, v) = u^2 - v^2$, $y(u, v) = 2uv$, तो $J(u, v)$ का जेकोबियन ज्ञात कीजिए।

6. If a curve can be written as :

$$y = mx + c + \frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \dots$$

then $y = mx + c$ is a asymptote.

यदि किसी वक्र को

$$y = mx + c + \frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \dots$$

के रूप में लिखा जा सकता है तो $y = mx + c$ एक अनंतसपर्शी है।

7. Find the summation :

$$\int_a^b \sin x \, dx$$

$\int_a^b \sin x \, dx$ का योग ज्ञात कीजिए।

8. Find all the points of local maximum and local minima of the function :

$$f(x) = 2x^3 - 6x^2 + 6x + 5$$

फलन $f(x) = 2x^3 - 6x^2 + 6x + 5$ के स्थानीय मैक्सिमा और स्थानीय मिनिमा के सभी बिन्दु खोजें।
