

K-36

Total Page No. : 7]

[Roll No.]

MT-03

B.Sc. Ist Year Examination Dec., 2023

**CO-ORDINATE GEOMETRY AND
MATHEMATICAL PROGRAMMING**

निर्देशांक ज्यामिति और गणितीय प्रोग्रामिंग

Time : 2 Hours]

[Max. Marks : 35

Note :- This paper is of Thirty five (35) marks divided into two (02) Sections 'A' and 'B'. Attempt the questions contained in these Sections according to the detailed instructions given there in. *Candidates should limit their answers to the questions on the given answer sheet. No additional (B) answer sheet will be issued.*

यह प्रश्न-पत्र पैंतीस (35) अंकों का है, जो दो (02) खण्डों 'क' तथा 'ख' में विभाजित है। प्रत्येक खण्ड में दिए गए विस्तृत निर्देशों के अनुसार ही प्रश्नों को हल करना है। परीक्षार्थी अपने प्रश्नों के उत्तर दी गई उत्तर-पुस्तिका तक ही सीमित रखें। कोई अतिरिक्त (बी) उत्तर-पुस्तिका जारी नहीं की जायेगी।

Section-A

(खण्ड-अ)

Long Answer Type Questions

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

2×9½=19

K-36

(1)

P.T.O.

Note :- Section 'A' contains Five (05) Long-answer type questions of Nine and Half ($9\frac{1}{2}$) marks each. Learners are required to answer any *two* (02) questions only.

खण्ड 'क' में पाँच (05) दीर्घ उत्तरीय प्रश्न दिये गये हैं, प्रत्येक प्रश्न के लिए साढ़े नौ ($9\frac{1}{2}$) अंक निर्धारित हैं। शिक्षार्थियों को इनमें से केवल दो (02) प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

1. Which conics do the following equations represent ? Find their centers and find the equations of the conic with respect to the axes passing through the center ?

(a) $36x^2 + 24xy + 29y^2 - 72x + 126y + 81 = 0$

(b) $y^2 - 2\sqrt{3}xy + 3x^2 + 6x - 4y + 5 = 0$

निम्न समीकरण कौनसे शांकव निरूपित करते हैं ? उनके केन्द्र ज्ञात कीजिए तथा केन्द्र से गुजरने वाले अक्षों के सापेक्ष शांकव के समीकरण ज्ञात कीजिए :

(अ) $36x^2 + 24xy + 29y^2 - 72x + 126y + 81 = 0$

(ब) $y^2 - 2\sqrt{3}xy + 3x^2 + 6x - 4y + 5 = 0$

2. Find the equations of the generating lines passing through

the points $(2, -1, 4/3)$ of the hyperbola $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} - \frac{z^2}{16} = 1$.

अतिपरवलयज $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} - \frac{z^2}{16} = 1$ के बिन्दु $(2, -1, 4/3)$ से

गुजरने वाले जनक रेखाओं के समीकरण ज्ञात कीजिए।

3. Solve the following linear programming problem by Simplex method :

Maximize :

$$Z = x_1 + 5x_2$$

Subject to :

$$3x_1 + 4x_2 \leq 6$$

and

$$x_1, x_2 \geq 0$$

निम्नलिखित रैखिक प्रोग्रामन समस्या को सिम्पलेक्स विधि द्वारा हल कीजिए :

अधिकतम :

$$Z = x_1 + 5x_2$$

प्रतिबंध :

$$3x_1 + 4x_2 \leq 6$$

एवं

$$x_1, x_2 \geq 0$$

4. Find the solution of the following problem by writing its dual problem :

Maximize :

$$Z = 4x_1 + x_2$$

Subject to :

$$3x_1 + 4x_2 \geq 20$$

$$x_1 + 5x_2 \geq 15$$

and

$$x_1, x_2 \geq 0$$

निम्नलिखित समस्या की द्वैत समस्या लिखकर उसका हल ज्ञात कीजिए :

अधिकतम :

$$Z = 4x_1 + x_2$$

प्रतिबंध :

$$3x_1 + 4x_2 \geq 20$$

$$x_1 + 5x_2 \geq 15$$

एवं $x_1, x_2 \geq 0$

5. Prove that :

$$ax^2 + by^2 + cz^2 + 2ux + 2vy + 2wz + d = 0$$

represents a cone, if $\frac{u^2}{a} + \frac{v^2}{b} + \frac{w^2}{c} = d$.

सिद्ध कीजिए :

$$ax^2 + by^2 + cz^2 + 2ux + 2vy + 2wz + d = 0$$

कि एक शंकु को प्रदर्शित करता है यदि $\frac{u^2}{a} + \frac{v^2}{b} + \frac{w^2}{c} = d$ ।

Section-B

(खण्ड-ब)

Short Answer Type Questions

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

4×4=16

Note :- Section 'B' contains Eight (08) Short-answer type questions of Four (04) marks each. Learners are required to answer any *four* (04) questions only.

खण्ड 'ख' में आठ (08) लघु उत्तरीय प्रश्न दिये गये हैं, प्रत्येक प्रश्न के लिए चार (04) अंक निर्धारित हैं। शिक्षार्थियों को इनमें से केवल चार (04) प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

1. Plane $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ coordinates meet at A, B, C respectively. Find the equation of the sphere OABC, where O is the origin.

समतल $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ निर्देशांकों को क्रमशः A, B, C पर मिलता है। गोले OABC का समीकरण ज्ञात कीजिए, जहाँ O मूल बिन्दु है।

2. Find the equation of the tangent plane at a point (1, 2, 3) on the sphere $x^2 + y^2 + z^2 - 5x + 6y - 3z - 12 = 0$.
गोले $x^2 + y^2 + z^2 - 5x + 6y - 3z - 12 = 0$ के बिन्दु (1, 2, 3) पर स्पर्श समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए।

3. Prove that a sphere, which intersects two other sphere $S_1 = 0$ and $S_2 = 0$ perpendicularly, will also intersect sphere $lS_1 + nS_2 = 0$ orthogonally.

सिद्ध कीजिए कि एक गोला, जो दो गोलों $S_1 = 0$ और $S_2 = 0$ को लाम्बिक रूप से काटता है, वह $lS_1 + nS_2 = 0$ को भी लाम्बिक रूप से काटेगा।

4. Find the equation of the right circular cone whose vertex is the origin, axis is Z-axis and semivertex is the angle 60° .

उस लम्ब वृत्तिय शंकु का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसका शीर्ष मूल बिन्दु Z-अक्ष तथा अर्द्धशीर्ष कोण 60° है।

5. Find the equation of the right circular cylinder whose axis is $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-0}{3}$ and which passes through the point (0, 0, 3).

उस लम्ब वृत्तिय बेलन का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसकी अक्ष

$\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-0}{3}$ है तथा जो बिन्दु (0, 0, 3) से गुजरता है।

6. Find the condition that the following straight lines are mutually polar lines with respect to the conic $Ax^2 + By^2 + Cz^2 = 1$.

शांकवज $Ax^2 + By^2 + Cz^2 = 1$ के सापेक्ष निम्न सरल रेखाओं के परस्पर ध्रुवीय रेखाएँ होने का प्रतिबंध ज्ञात कीजिए।

$$\frac{x-x_1}{l_1} = \frac{y-y_1}{m_1} = \frac{z-z_1}{n_1}; \frac{x-x_2}{l_2} = \frac{y-y_2}{m_2} = \frac{z-z_3}{n_3}$$

7. Find the coordinates of the center of the conic :

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2yz + 2zx - 2xy - 2x + 2y - 2z - 3 = 0$$

शांकवज :

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2yz + 2zx - 2xy - 2x + 2y - 2z - 3 = 0$$

के केन्द्र के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।

8. Solve the following linear programming problem by graph method :

Maximize :

$$Z = 4x + 3y$$

Subject to :

$$2x + 3y \leq 6$$

$$2y - 3x \leq 3$$

$$2y \leq 5$$

$$2x + y \leq 4$$

and

$$x, y \geq 0$$

लेखाचित्र विधि से निम्नलिखित रैखिक प्रोग्रामन समस्या को हल कीजिए :

अधिकतम :

$$Z = 4x + 3y$$

प्रतिबंध :

$$2x + 3y \leq 6$$

$$2y - 3x \leq 3$$

$$2y \leq 5$$

$$2x + y \leq 4$$

एवं

$$x, y \geq 0$$
