

K-34

Total Page No. : 6]

[Roll No.]

MT-01

B.Sc. Ist Year Examination Dec., 2023

DISCRETE MATHEMATICS

Time : 2 Hours]

[Max. Marks : 35

Note :- This paper is of Thirty five (35) marks divided into two (02) Sections 'A' and 'B'. Attempt the questions contained in these Sections according to the detailed instructions given there in. *Candidates should limit their answers to the questions on the given answer sheet. No additional (B) answer sheet will be issued.*

यह प्रश्न-पत्र पैंतीस (35) अंकों का है, जो दो (02) खण्डों 'क' तथा 'ख' में विभाजित है। प्रत्येक खण्ड में दिए गए विस्तृत निर्देशों के अनुसार ही प्रश्नों को हल करना है। परीक्षार्थी अपने प्रश्नों के उत्तर दी गई उत्तर-पुस्तिका तक ही सीमित रखें। कोई अतिरिक्त (बी) उत्तर-पुस्तिका जारी नहीं की जायेगी।

Section-A

(खण्ड-अ)

Long Answer Type Questions

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

2×9½=19

K-34

(1)

P.T.O.

Note :- Section 'A' contains Five (05) Long-answer type questions of Nine and Half ($9\frac{1}{2}$) marks each. Learners are required to answer any *two* (02) questions only.

खण्ड 'क' में पाँच (05) दीर्घ उत्तरीय प्रश्न दिये गये हैं, प्रत्येक प्रश्न के लिए साढ़े नौ ($9\frac{1}{2}$) अंक निर्धारित हैं। शिक्षार्थियों को इनमें से केवल दो (02) प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

1. If two dice are thrown simultaneously then find the probability that the sum of the numbers will be 10, 11 and 12. Also find the probability when the sum of the digits is 10 or more than 10.

यदि दो पासे एक साथ फेंके जाते हैं, तो अंकों का योग 10, 11 एवं 12 होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। साथ ही वह प्रायिकता ज्ञात कीजिए जब अंकों का योग 10 या 10 से अधिक हो।

2. Prove that every tree with n vertices has exactly $n - 1$ edges.

सिद्ध कीजिए कि n शीर्षों पर प्रत्येक वृक्ष में यथार्थतः $n - 1$ कोरें होती हैं।

3. Prove that if G is a connected planar graph with n vertices, e edges and f regions then $n - e = 2$

सिद्ध कीजिए कि यदि G एक सम्बद्ध समतलीय ग्राफ है, जिसमें n शीर्ष, e कोरें तथा f क्षेत्र हैं तब $n - e = 2$ ।

4. Define the following :

(i) Union of two graphs

(ii) Join of two graphs

निम्नलिखित को परिभाषित कीजिए :

(i) दो ग्राफों का संघ

(ii) दो ग्राफों का सम्मिलन

5. Prove that a connected graph G has an Euler trail if and only if at most two vertices in G are of odd order.

सिद्ध कीजिए कि सम्बद्ध ग्राफ G में एक आयलर ट्रेल होती है, यदि और केवल यदि G में अधिक से अधिक दो शीर्ष विषम कोटि के हैं।

Section-B

(खण्ड-ब)

Short Answer Type Questions

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

4×4=16

Note :- Section 'B' contains Eight (08) Short-answer type questions of Four (04) marks each. Learners are required to answer any *four* (04) questions only.

खण्ड 'ख' में आठ (08) लघु उत्तरीय प्रश्न दिये गये हैं, प्रत्येक प्रश्न के लिए चार (04) अंक निर्धारित हैं। शिक्षार्थियों को इनमें से केवल चार (04) प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

1. Prove that every non-trivial tree has at least two pendant vertices.

सिद्ध कीजिए कि प्रत्येक अतुच्छ वृक्ष में कम-से-कम दो निलम्बी शीर्ष होते हैं।

2. Prove that the set of complex numbers $G = \{1, -1, i, -i\}$ where $i^2 = -1$ is an Abelian group for the multiplication operation.

सिद्ध कीजिए कि सम्मिश्र संख्याओं का समुच्चय $G = \{1, -1, i, -i\}$ जहाँ $i^2 = -1$, गुणन संक्रिया के लिए आबेली समूह है।

3. Find the disjunctive normal form of the following Boolean function :

$$f(x_1, x_2, x_3) = [x_1 + x_2 + x_3].(x_1.x_2 + x_1.x_3)$$

निम्न बूलिय फलनों का वियोजी प्रसामान्य रूप (DNF) ज्ञात कीजिए :

$$f(x_1, x_2, x_3) = [x_1 + x_2 + x_3].(x_1.x_2 + x_1.x_3)$$

4. Find the grammar by which the language generated L (G), is equivalent to the language L, where :

(i) $L = \{a^n b^n \text{ or } b^n a^n, n \geq 0\}$

(ii) $L = [a^n b^m, m, n \geq 2]$

वह व्याकरण ज्ञात कीजिए जिसके द्वारा जनित भाषा $L(G)$, भाषा L के तुल्य है, जहाँ :

(i) $L = \{a^n b^n \text{ or } b^n a^n, n \geq 0\}$

(ii) $L = [a^n b^m m, n \geq 2]$

5. Let a and b be two numerical functions, where :

$$a_r = \begin{cases} 3, & 0 \leq r \leq 3 \\ 2^r - 5, & r \leq 4 \end{cases}$$

and $b_r = \begin{cases} 3^r + 1, & 0 \leq r \leq 4 \\ r^2 - 1, & 5 \leq r \end{cases}$

then find the sum and product of a and b .

माना a तथा b दो संख्यांक फलन हैं, जहाँ :

$$a_r = \begin{cases} 3, & 0 \leq r \leq 3 \\ 2^r - 5, & r \leq 4 \end{cases}$$

तथा $b_r = \begin{cases} 3^r + 1, & 0 \leq r \leq 4 \\ r^2 - 1, & 5 \leq r \end{cases}$

तब a तथा b के योगफल एवं गुणनफल ज्ञात कीजिए।

6. Show that the thickness of a complete graph K_n with n

vertices is atleast $\left\lceil \frac{x+7}{6} \right\rceil$.

प्रदर्शित कीजिए कि n शीर्षों पर पूर्ण ग्राफ K_n की स्थूलता

कम-से-कम $\left\lceil \frac{x+7}{6} \right\rceil$ होती है।

7. Find the sum :

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + r^3$$

योगफल ज्ञात कीजिए :

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + r^3$$

8. Prove that the sum of the degrees of all the vertices in the graph $G = (V, E)$ is twice the number of edges present in the graph.

सिद्ध कीजिए कि ग्राफ $G = (V, E)$ में सभी शीर्षों की कोटियों का योगफल ग्राफ में उपस्थित कोरों की संख्या का दोगुना होता है।
