

Roll. No. :

MT (N)-120

First Semester Examination, 2023 (Dec.)

[Three Dimensional Geometry]

Time : 2 Hours]

[Maximum Marks : 70

Note : This paper is of seventy (70) marks divided into two (2) Sections, 'A' and 'B'. Attempt the questions contained in these sections according to the detailed instructions given therein.

यह प्रश्न पत्र सत्तर (70) अंकों का है जो दो (2) खण्डों (क) तथा (ख) में विभाजित है। प्रत्येक खण्ड में दिए गए विस्तृत निर्देशों के अनुसार ही प्रश्नों को हल करना है।

SECTION—A

खण्ड—क

(Long Answer Type Questions)

(दीर्घ उत्तरों वाले प्रश्न)

Note : Section 'A' contains five (5) long answer type questions of Nineteen (19) marks each. Learners are required to answer any two (2) questions only.

2 × 19 = 38

MT(N)-120/5

(1)

[P.T.O.]

खण्ड (क) में पाँच (5) दीर्घ उत्तरों वाले प्रश्न दिये गये हैं, प्रत्येक प्रश्न के लिए उन्नीस (19) अंक निर्धारित हैं। शिक्षार्थियों को इनमें से केवल दो (2) प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

1. Find the equation of a cylinder for which the axis is OZ and radius is 2, in :

- (i) Cartesian
- (ii) Spherical polar
- (iii) Cylindrical coordinates

उस बेलन का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसकी धुरी OZ और त्रिज्या 2 है, में—

- (i) कार्तीय
- (ii) द्वितीय गोलाकार ध्रुवीय
- (iii) बेलनाकार निर्देशांक

2. A point P moves in the space such that the ratio of its distances from the two fixed points $A = (-2, 2, 3)$ and $B = (13, -3, 13)$ respectively is in the ratio 2 : 3 i.e. $PA : PB = 2 : 3$. Find the locus of the point P.

एक बिन्दु P अंतरिक्ष में इस प्रकार गति करता है कि दो निश्चित बिंदुओं $A = (-2, 2, 3)$ और $B = (13, -3, 13)$ से इसकी दूरी का अनुपात क्रमशः 2 : 3 है अर्थात् $PA : PB = 2 : 3$. बिंदु P का स्थान ज्ञात कीजिए।

3. If a line makes angles α, β, γ and δ with the four diagonals of a cube, prove that

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma + \cos^2 \delta = \frac{4}{3}.$$

यदि कोई रेखा घन के चार विकर्णों के साथ α, β, γ और δ कोण बनाती है, तो सिद्ध कीजिए कि

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma + \cos^2 \delta = \frac{4}{3}.$$

4. Prove that the necessary and sufficient condition for the four points to be coplanar is that the volume of the tetrahedron formed by them as its vertices is zero.

सिद्ध कीजिए कि चारों बिंदुओं के समतलीय होने के लिए आवश्यक और पर्याप्त शर्त यह है कि उनके शीर्षों के रूप में बने चतुष्फलक का आयतन शून्य हो।

5. Find the equation of the right circular cylinder of radius

2 and having as axis the line $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{2}$.

त्रिज्या 2 और अक्ष के रूप में रेखा $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{2}$ वाले

लम्ब वृत्तीय बेलन का समीकरण ज्ञात कीजिए।

SECTION—B

खण्ड—ख

MT(N)-120/5

(3)

[P.T.O.]

(Short Answer Type Questions)

(लघु उत्तरों वाले प्रश्न)

Note : Section 'B' contains eight (8) short answer type questions of Eight (8) marks each. Learners are required to answer any four (4) questions only.

$$4 \times 8 = 32$$

खण्ड (ख) में आठ (8) लघु उत्तरों वाले प्रश्न दिये गये हैं, प्रत्येक प्रश्न के लिए आठ (8) अंक निर्धारित हैं। शिक्षार्थियों को इनमें से केवल चार (4) प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

1. Find the polar coordinates of the point (3, 4, 5) so that r may be positive.

बिंदु (3, 4, 5) के ध्रुवीय निर्देशांक ज्ञात कीजिए ताकि r सकारात्मक हो सके।

2. Find the spherical polar coordinates of the point whose Cartesian coordinates are given by (1, 2, 3).

उस बिन्दु के गोलाकार ध्रुवीय निर्देशांक ज्ञात कीजिए जिसके कार्तीय निर्देशांक (1, 2, 3) द्वारा दिए गए हैं।

3. Find the equation of a plane passing through origin.

मूल बिन्दु से गुजरने वाले समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए।

4. Find the ratio in which the line joining the points (2, 4, 5) and (4, 5, 7) is cut by the plane $x + y - 2z + 6 = 0$.

अनुपात ज्ञात कीजिए, जो बिंदु (2, 4, 5) और (4, 5, 7) को जोड़ने वाली रेखा को समतल $x + y - 2z + 6 = 0$ द्वारा काटा जाता है।

5. Find the angle of intersection of the spheres.

गोले के प्रतिच्छेदन का कोण ज्ञात कीजिए।

(i) $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z + 10 = 0$

(ii) $x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 2y + 2z + 2 = 0$

6. Prove that the second degree in x and y always represents a general equation of conic.

सिद्ध कीजिए कि x और y में दूसरी डिग्री हमेशा शंकु के सामान्य समीकरण का प्रतिनिधित्व करती है।

7. Trace the curve $6x^2 + 5xy - 6y^2 - 4x + 7y + 11 = 0$.

वक्र $6x^2 + 5xy - 6y^2 - 4x + 7y + 11 = 0$ का अनुरेखण कीजिए।

8. Find the angle between the planes $3x - 4y + 5z = 9$ and $2x - y - 2z = 6$.

समतल $3x - 4y + 5z = 9$ और $2x - y - 2z = 6$ के बीच का कोण ज्ञात कीजिए।
